



黄冈学习网
www.hgxxw.net

三角形全等的判定(三)

知识梳理:



三角形全等判定方法1

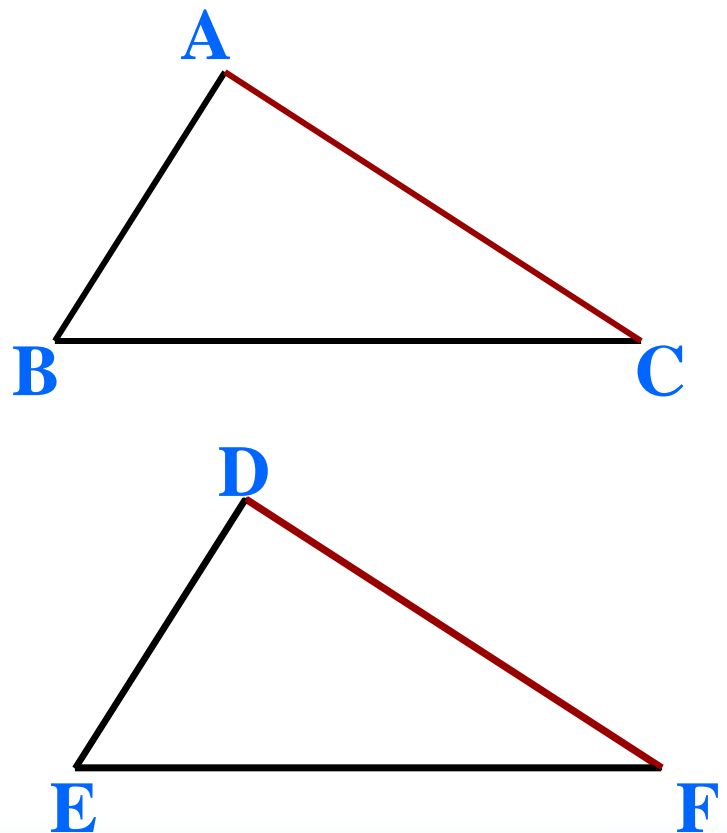
三边对应相等的两个三角形全等（可以简写为“边边边”或“SSS”）。

用符号语言表达为：

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

$$\begin{cases} AB=DE \\ BC=EF \\ CA=FD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (SSS)}$$





三角形全等判定方法2

两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等

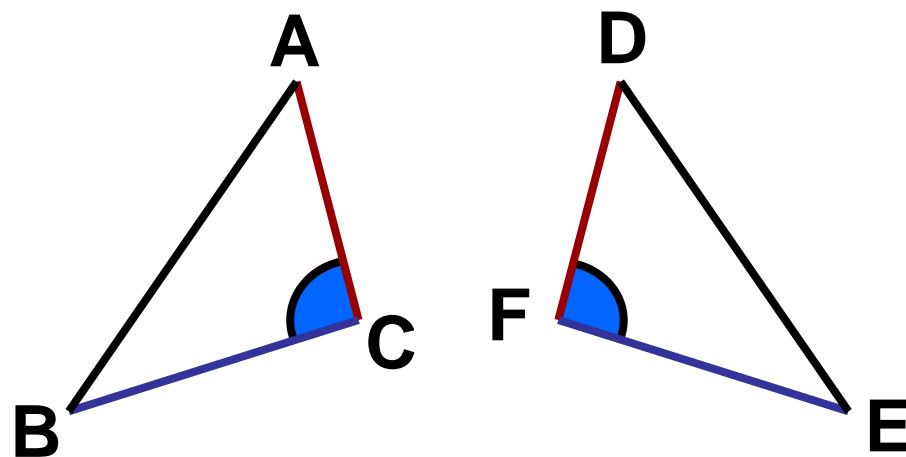
。(可以简写成“边角边”或“SAS”)

用符号语言表达为：

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中

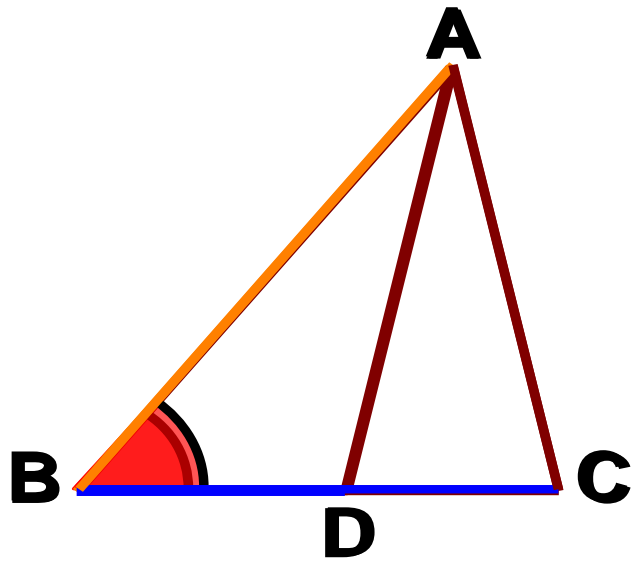
$$\begin{cases} AC=DF \\ \angle C=\angle F \\ BC=EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS)

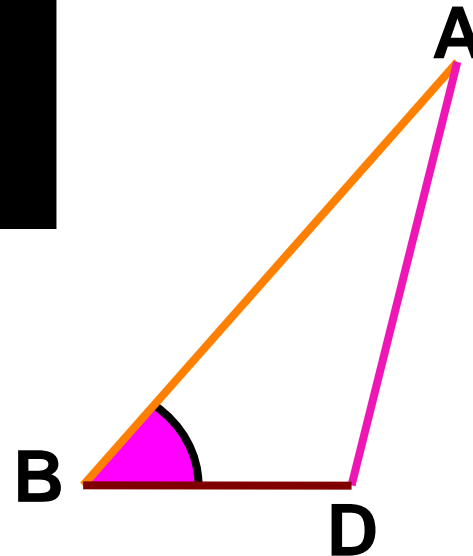
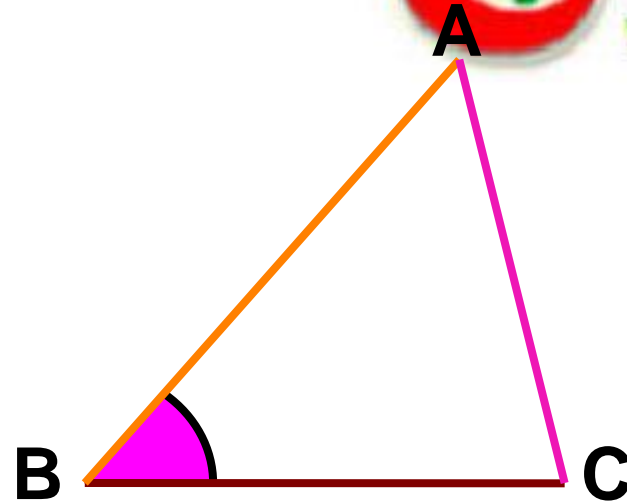




知识梳理:



SSA不能
判定全等

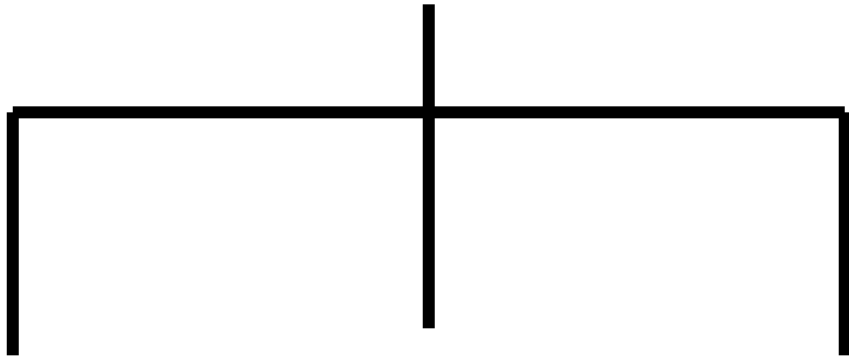


考考你



$AB=AC$ ，则添加一个什么条件可得 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ？

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$



S

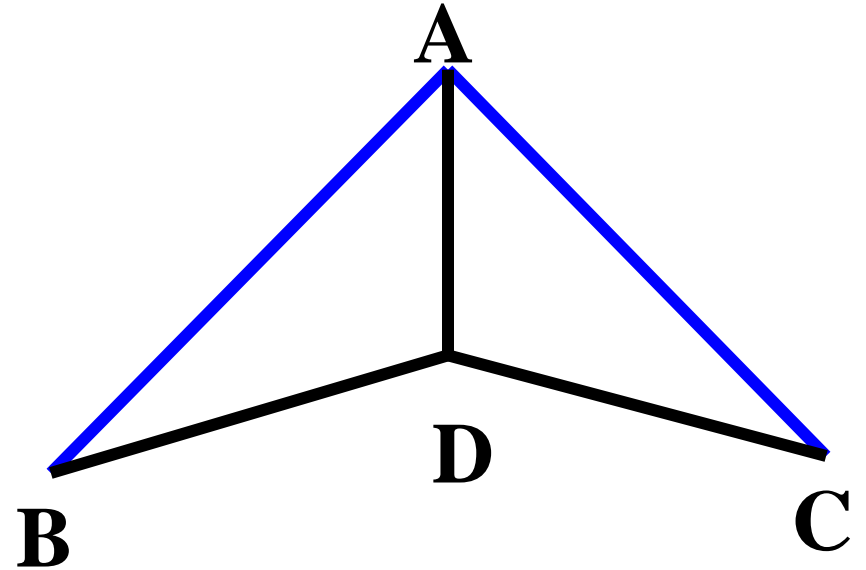
~~A~~

S

$AD=AD$

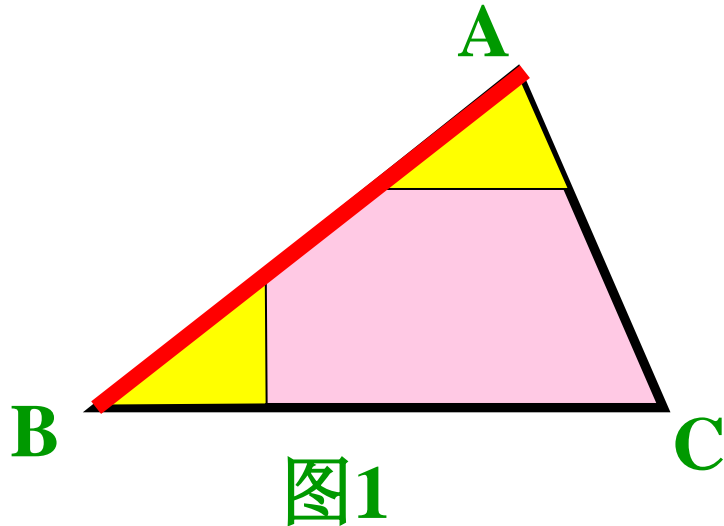
~~$\angle BAD = \angle CAD$~~

$AB=AC$

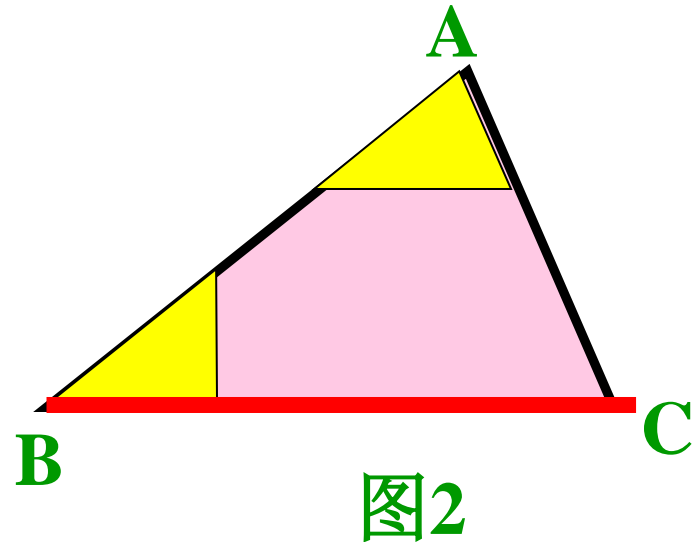


继续探讨三角形全等的条件：**两角一边**

思考：已知一个三角形的两个角和一条边，那么两个角与这条边的位置上会有几种可能性呢？



在图1中，边AB是 $\angle A$ 与 $\angle B$ 的夹边，我们称这种位置关系为**两角夹边**



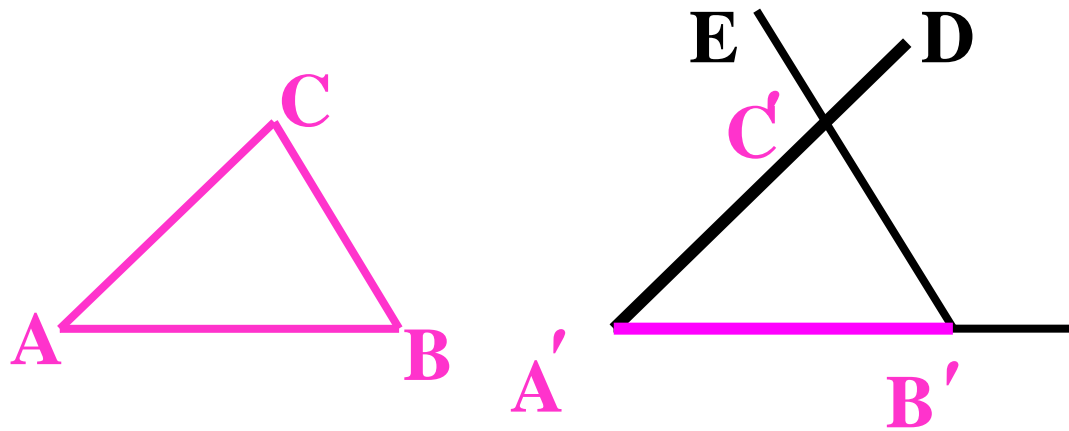
在图2中，边BC是 $\angle A$ 的对边，我们称这种位置关系为**两角及其中一角的对边**。

探索



观察下图中的 $\triangle ABC$ ，画一个 $\triangle A'B'C'$ ，

使 $A'B' = AB$ ， $\angle A = \angle A'$ ， $\angle B = \angle B'$ 。



? 观察： $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 全等吗？怎么验证？

思考：这两个三角形全等是满足哪三个条件？

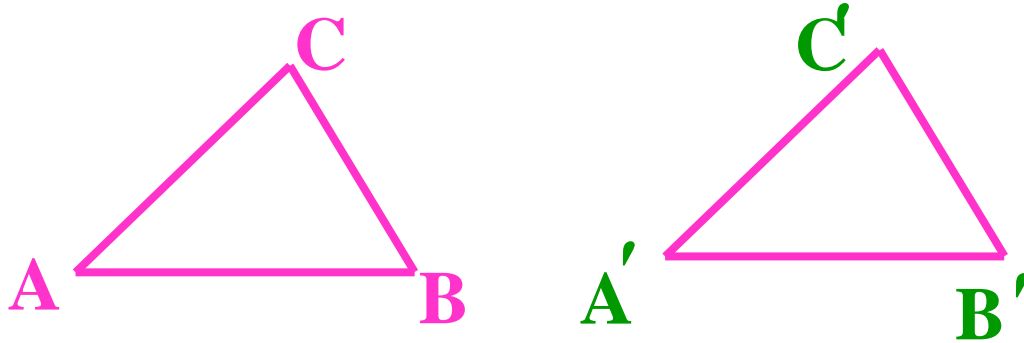
结论：两角及夹边对应相等的两个三角形全等(ASA).

两角及夹边对应相等的两个三角形全等(ASA).



黄冈学习网
www.hgxxw.net

如何用符号语言来表达呢?



证明:在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle A & AB = A'B' \\ \angle B = \angle B' \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \quad (\text{ASA})$$

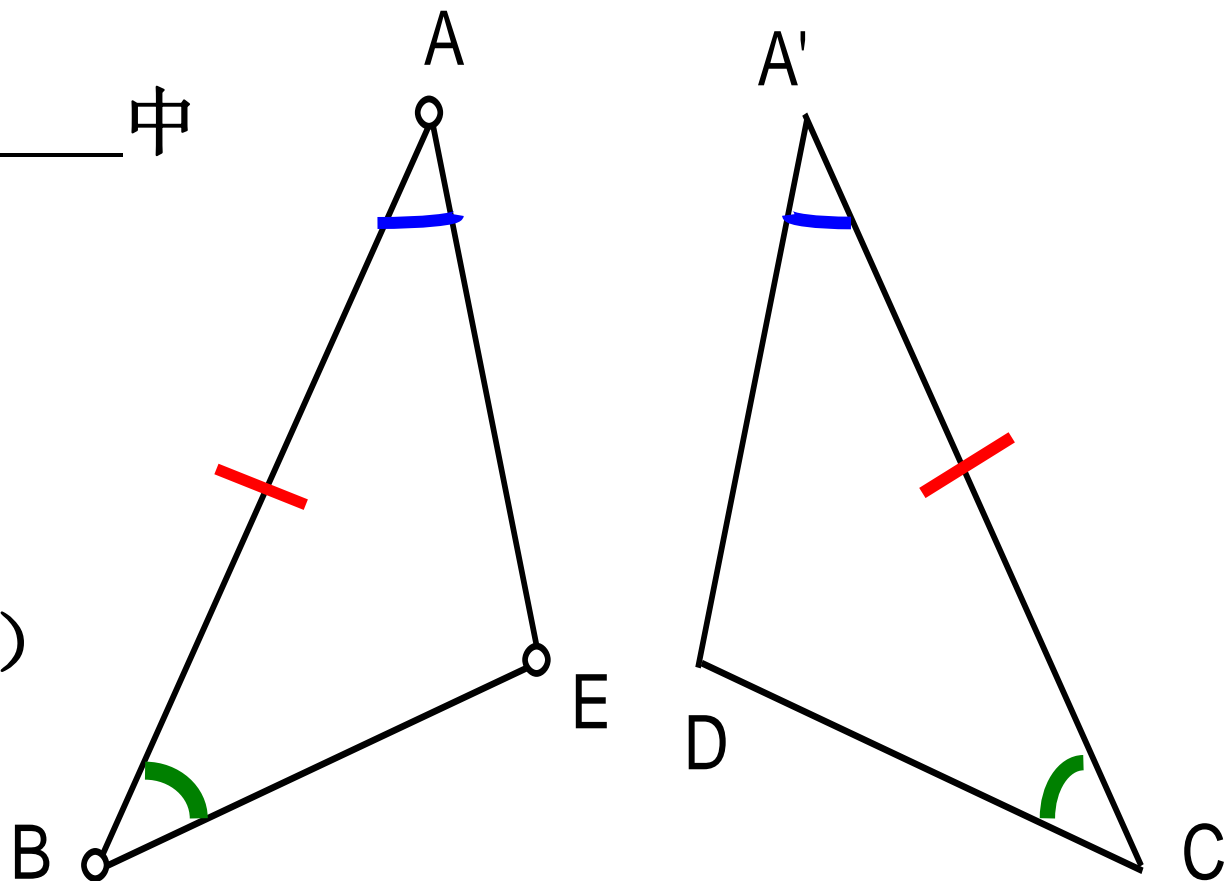
【例1】 已知：如图， $AB=A'C$ ，

$\angle A=\angle A'$ ， $\angle B=\angle C$. 求证： $\triangle ABE \cong \triangle A'CD$.

证明：在_____和_____中

$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\hspace{2cm}} \quad (\hspace{1cm}) \\ \underline{\hspace{2cm}} \quad (\hspace{1cm}) \\ \underline{\hspace{2cm}} \quad (\hspace{1cm}) \end{array} \right.$

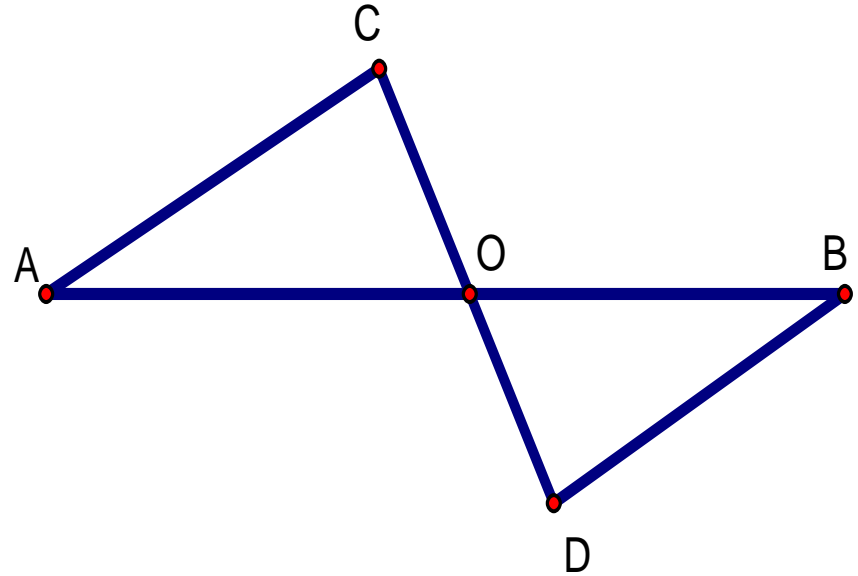
$\therefore \triangle \underline{\hspace{2cm}} \cong \triangle \underline{\hspace{2cm}} \quad (\hspace{1cm})$





【例2】 . 如图, O 是 AB 的中点, $\angle A = \angle B$,
 $\triangle AOC$ 与 $\triangle BOD$ 全等吗? 为什么?

两角和夹边对
应相等

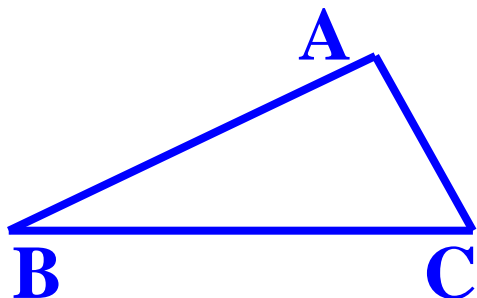


探索

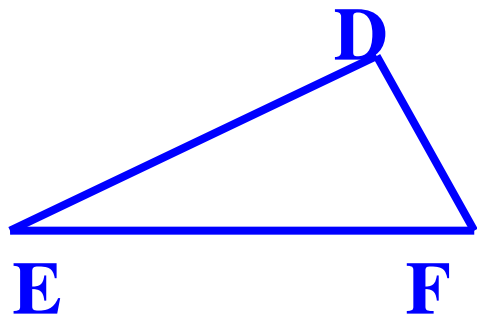
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $\angle A = \angle D$ ，
 $\angle B = \angle E$ ， $BC = EF$ ， $\triangle ABC$ 和
 $\triangle DEF$ 全等吗？为什么？



黄冈学习网
www.hgxxw.net

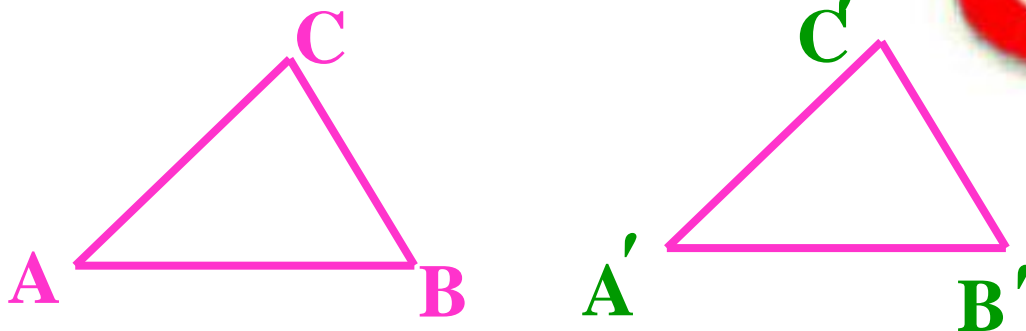


你能从上题中得到什么结论？



两角及一角的对边对应相等的两个三
角形全等（AAS）。

如何用符号语言来表达呢？



黄冈学习网
www.hgxxw.net

证明:在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中

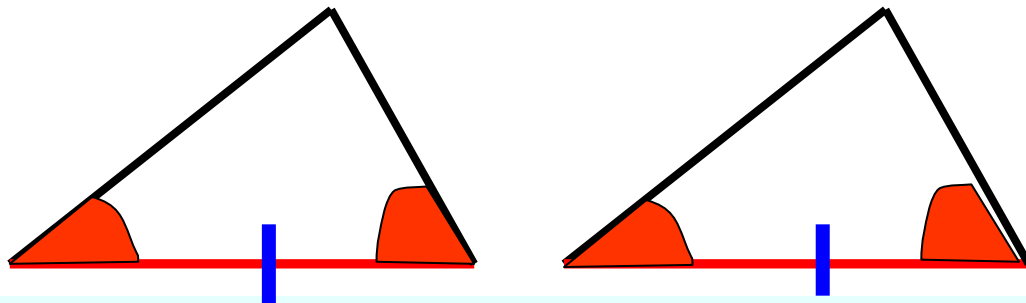
$$\left\{ \begin{array}{l} \angle A = \angle A' \\ \angle B = \angle B' \\ BC = B'C' \end{array} \right.$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ (AAS)

两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等，简写成“角边角”或“ASA”。

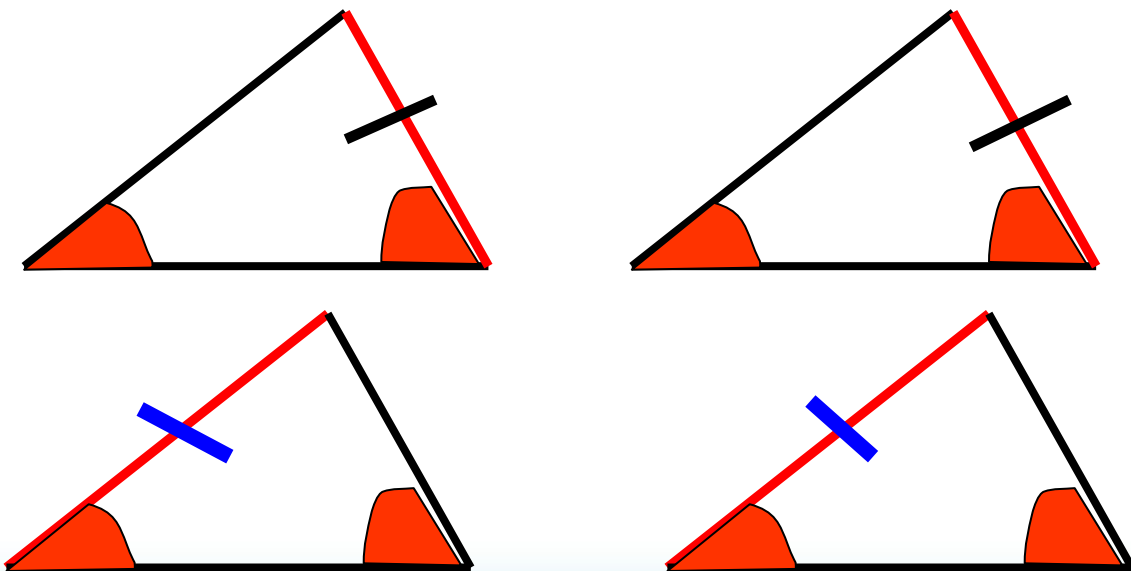


黄冈学习网
www.hgxxw.net



(ASA)

两角和其中一角的对边对应相等的两个三角形全等，简写成“角角边”或“AAS”



(AAS)



试一试

下列条件能否判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

(1) $\angle A = \angle E$ $AB = EF$ $\angle B = \angle D$

(2) $\angle A = \angle D$ $AB = DE$ $\angle B = \angle E$

请先画图试试看

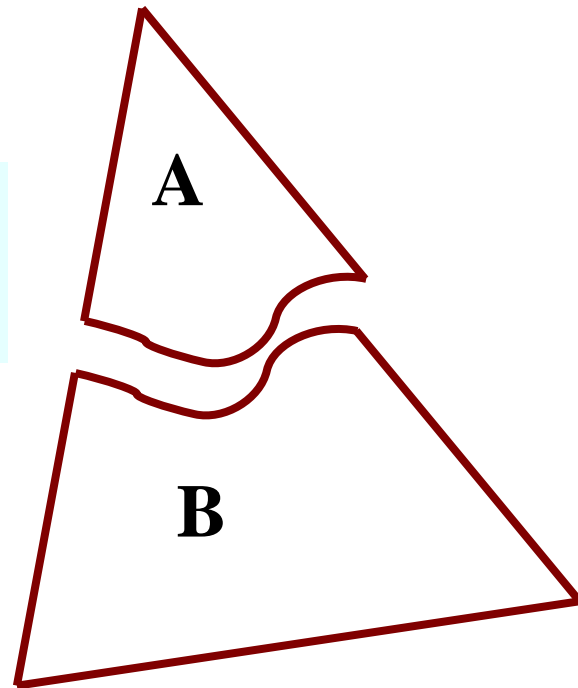
解决玻璃问题

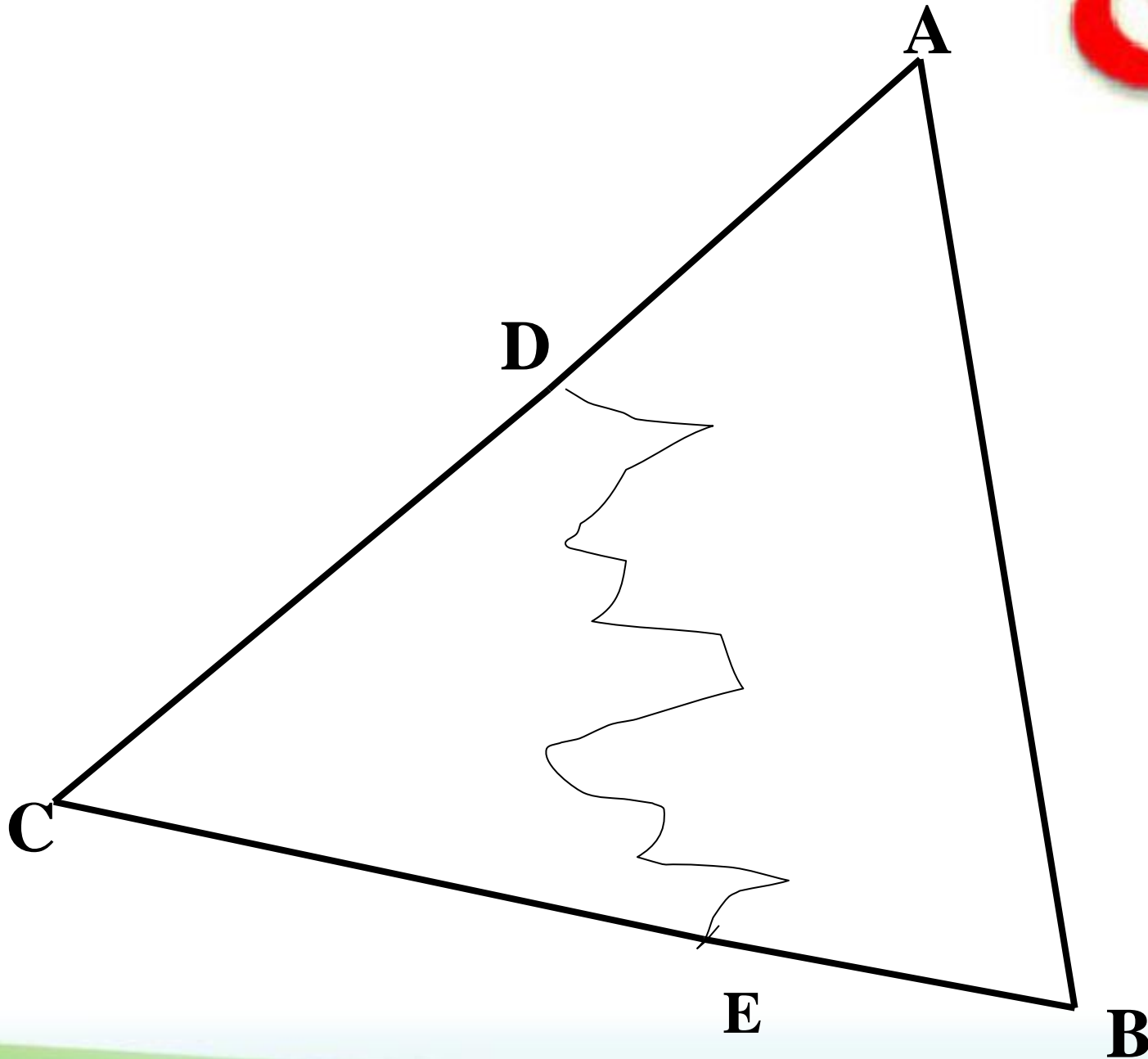


黄冈学习网
www.hgxxw.net

如图,小明不慎将一块三角形模具打碎为两块,他是否可以只带其中的一块碎片到商店去,就能配一块与原来一样的三角形模具吗? 如果可以,带哪块去合适? 你能说明其中理由吗?

利用“角边角定理”可知,带B块去,可以配到一个与原来全等的三角形玻璃。



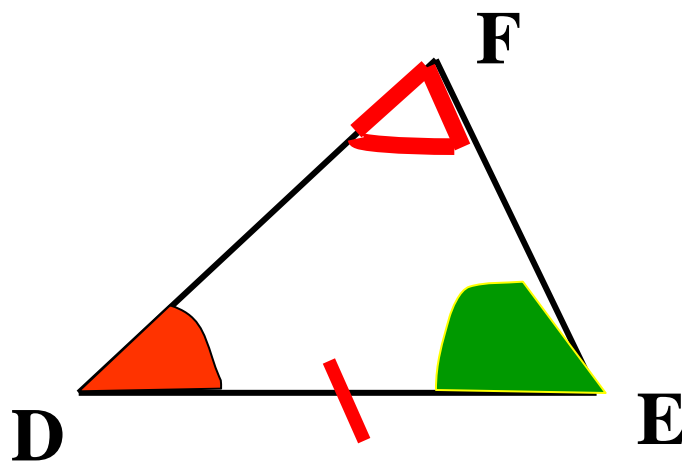
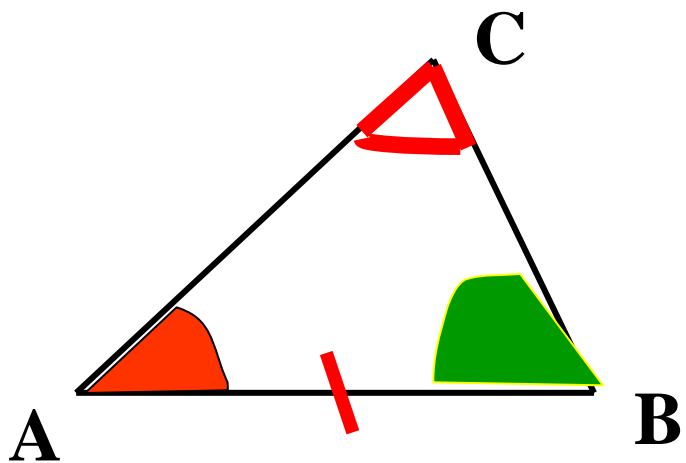


考考你

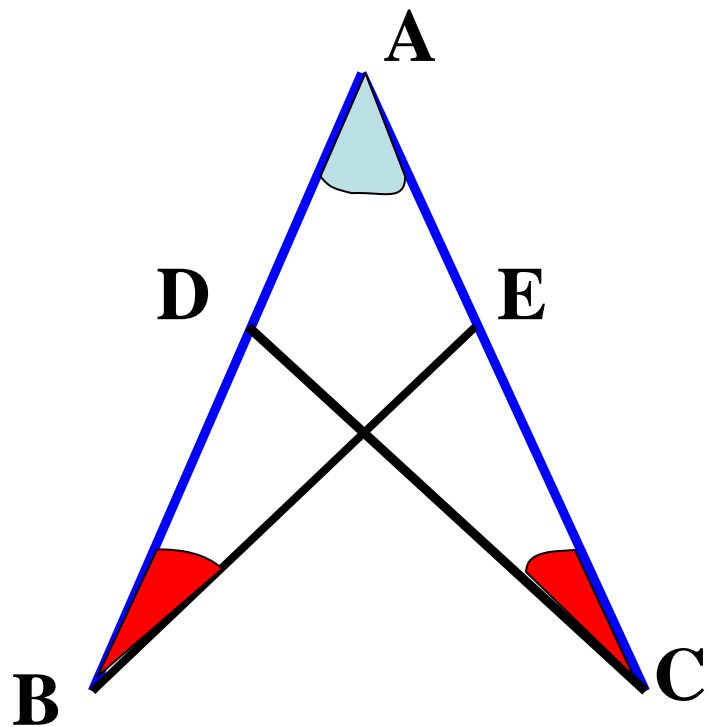


1、如图，已知 $AB=DE$ ， $\angle A=\angle D$ ， $\angle B=\angle E$ ，则
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的理由是：

2、如图，已知 $AB=DE$ ， $\angle A=\angle D$ ， $\angle C=\angle F$ ，则
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的理由是：



例1、如图， $AB=AC$ ， $\angle B=\angle C$ ，那么 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 全等吗？为什么？



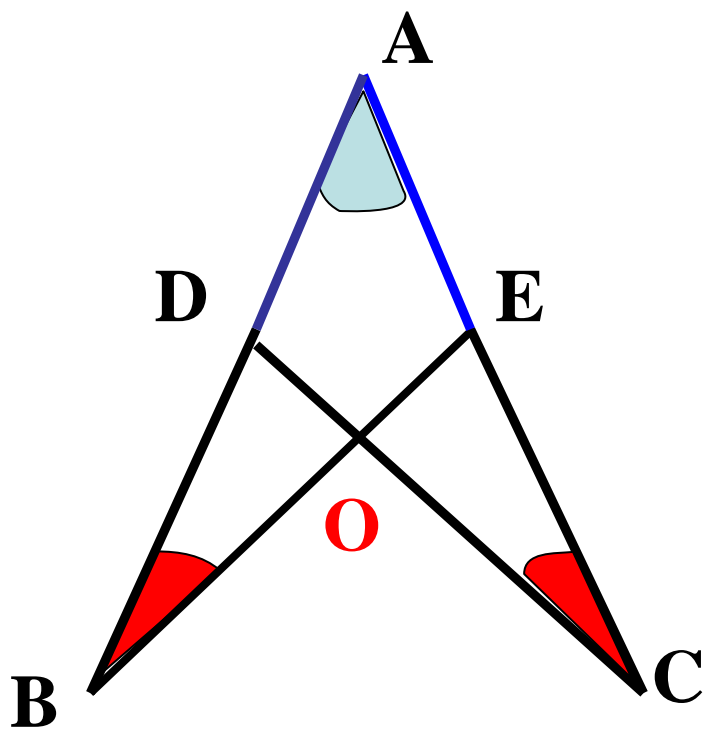
变一变



【例2】如图， $AD=AE$ ， $\angle B=\angle C$ ，那么
 BE 和 CD 相等么？为什么？

$BE=CD$

你还能得出其他
什么结论？

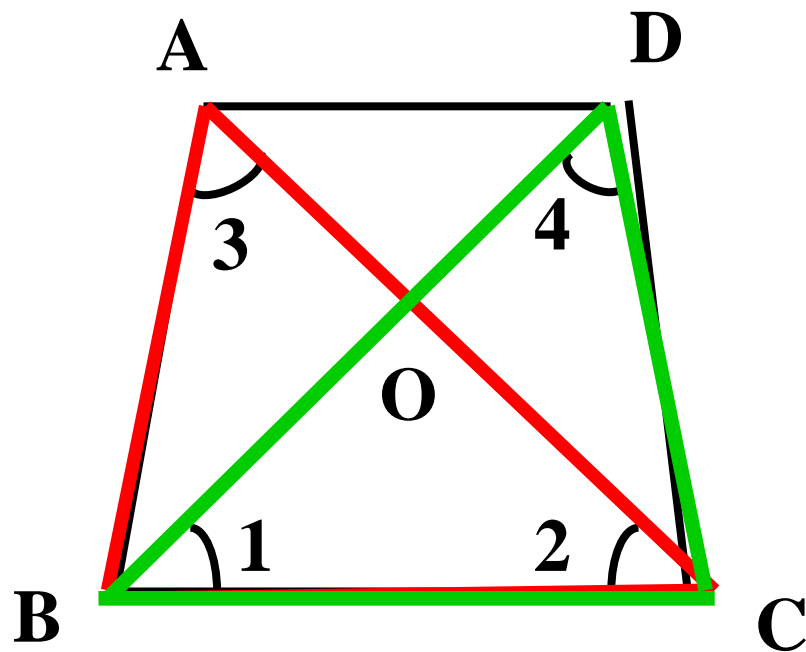


【例3】

如图：已知 $\angle ABC = \angle DCB$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，求证：

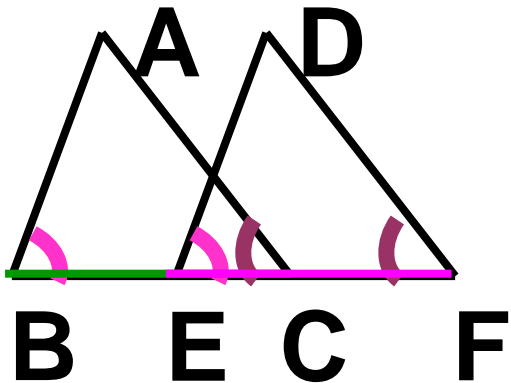
(1) $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 。

(2) $\angle 1 = \angle 2$



考考你

【例4】如图：已知 $AB \parallel DE$ ， $AC \parallel DF$ ， $BE=CF$ 。求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。





判定三角形全等
你有哪些方法？

(SSS)

(SAS)

(ASA)

(AAS)

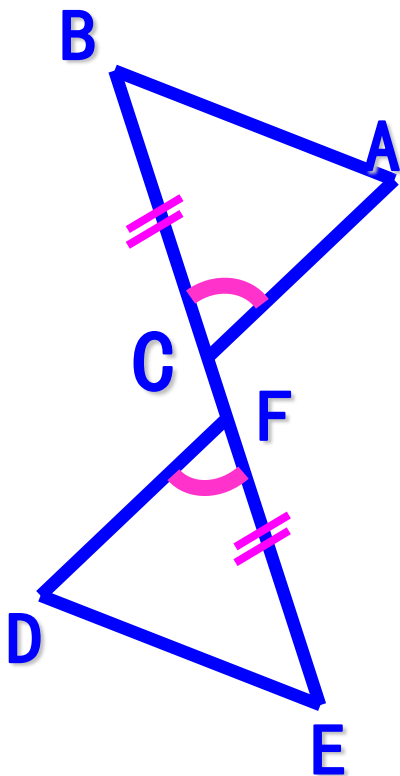
你能行吗？

~~AB=DE可以吗？~~



黄冈学习网
www.hgxxw.net

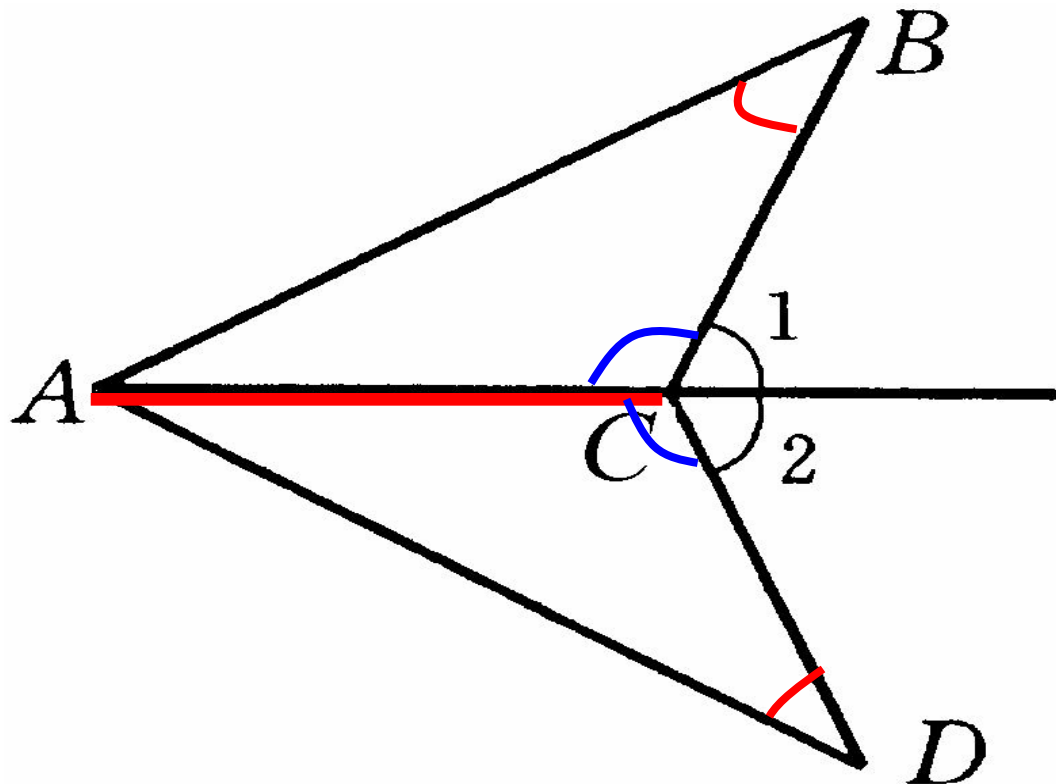
【例5】如图 $\angle ACB = \angle DFE$ ， $BC = EF$ ，那么应补充一个条件_____，才能使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ （写出一个即可）。



AB // DE

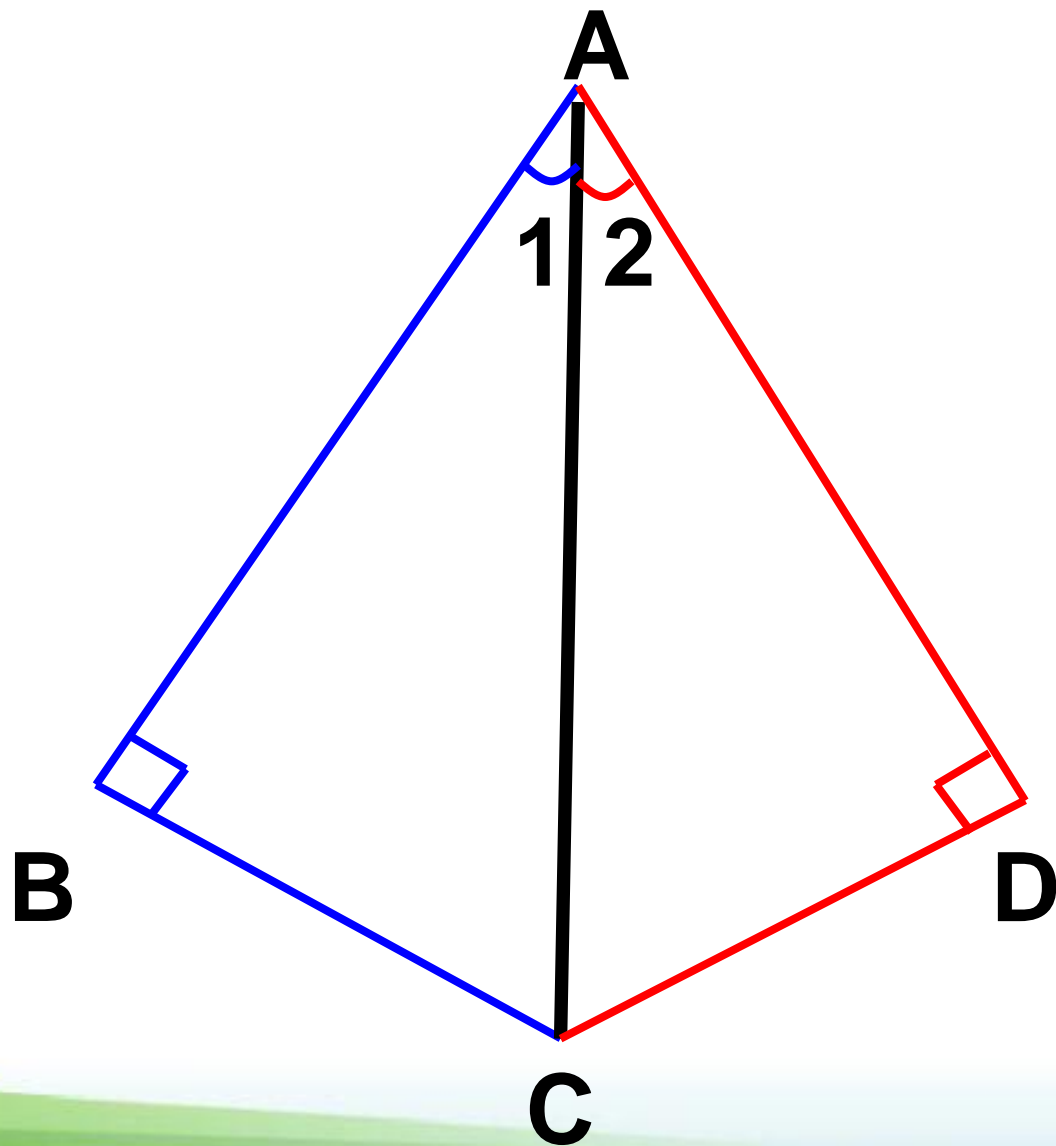
你也试一试:

【例6】如图 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle B = \angle D$, 求证 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.





【例7】 如图， $AB \perp BC$ ， $AD \perp DC$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，求证 $AB = AD$ 。



知识梳理:

三角形全等判定方法3

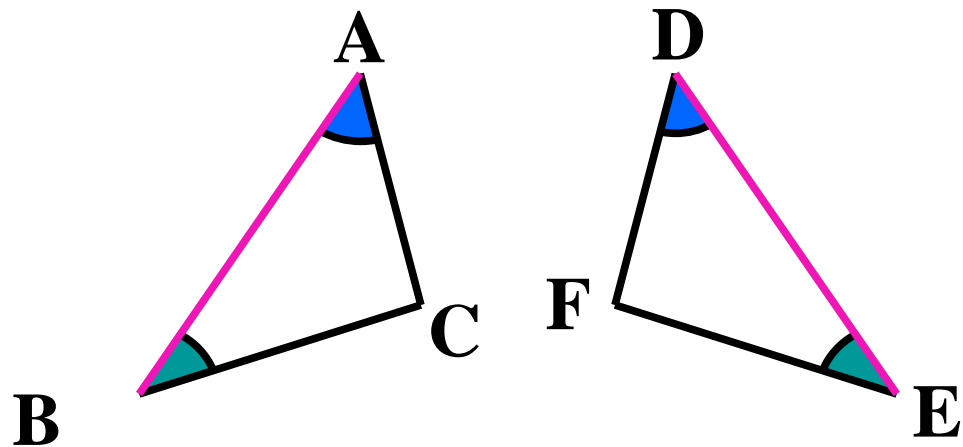
有两角和它们夹边对应相等的两个三角形全等(可以简写成“角边角”或“**ASA**”)。

用符号语言表达为:

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \text{ (已知)} \\ AB = DE \text{ (已知)} \\ \angle B = \angle E \text{ (已知)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (ASA)}$

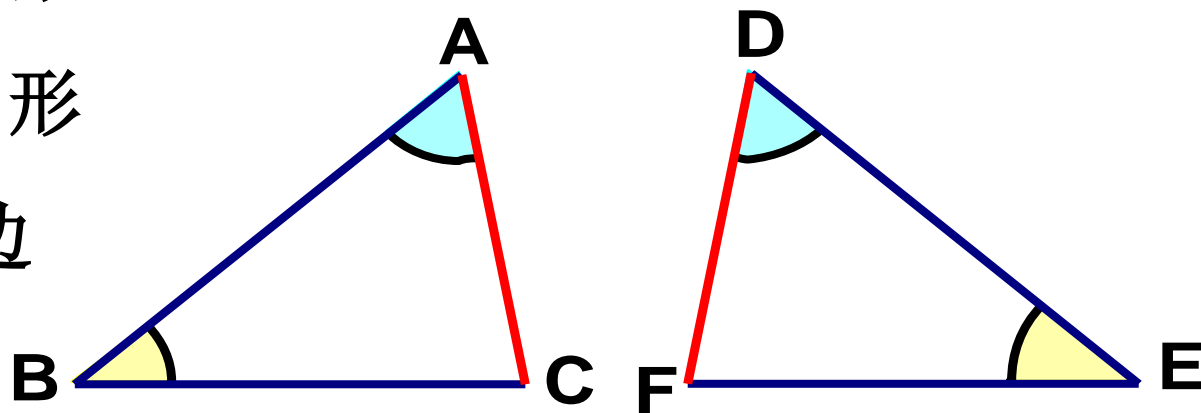


知识梳理:

三角形全等判定方法4

思考:在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFE$ 中,当 $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$ 和 $AB = DE$ 时,能否得到 $\triangle ABC \cong \triangle DFE$?

有两角和其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等(可以简写成“角边角”或“AAS”)。



小结



知识要点:

(1) 两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等.

简写成“**角边角**”或“**ASA**”.

(2) 两角和其中一角的对边对应相等的两个三角形全等.

简写成“**角角边**”或“**AAS**”.

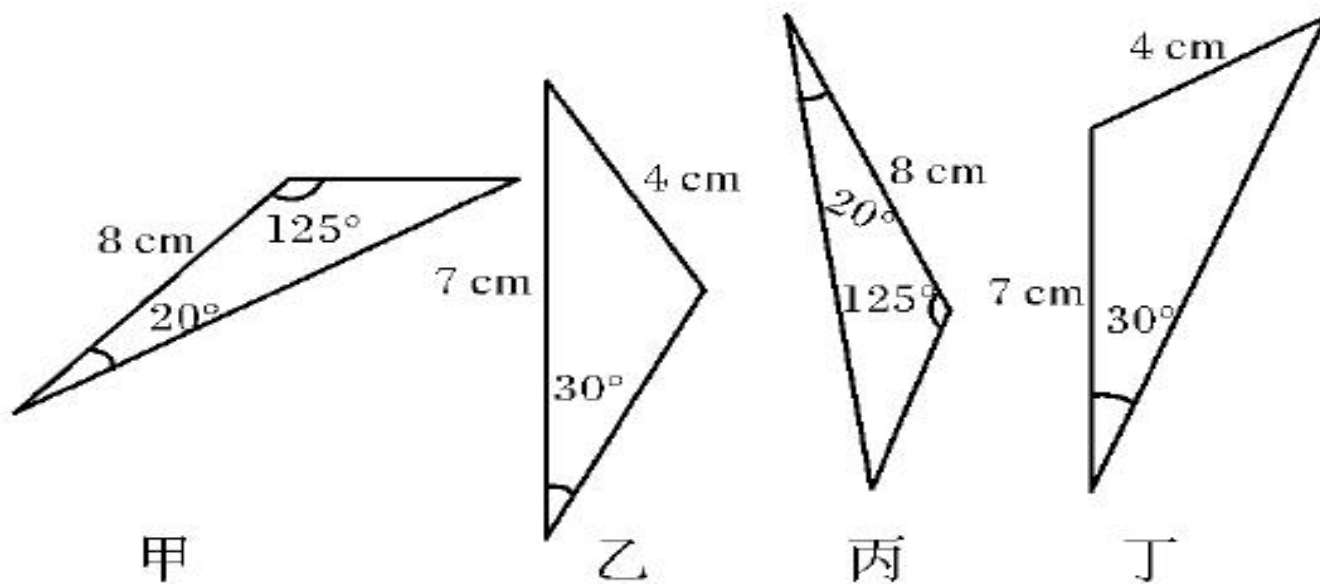
(3) 探索三角形全等是证明线段相等（对应边相等），角相等（对应角相等）等问题的基本途径。

数学思想:

要学会用分类的思想，转化的思想解决问题。

拓展训练

1. 如图，全等的三角形是()



A. 甲和丙

B. 甲和丁

C. 乙和丙

D. 乙和丁



2. 如图 4, 点 D 在 AB 上, 点 E 在 AC 上, BE 和 CD 相交于点 O , $AB=AC$, $\angle B=\angle C$, 可得 $\triangle ADC \cong$ _____, 理由是_____.

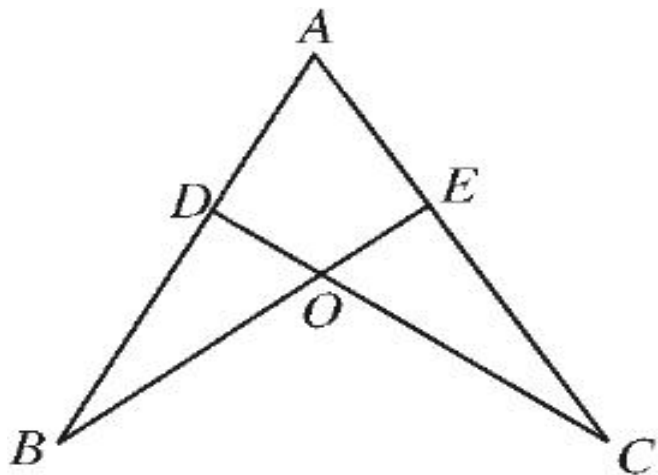


图 4



3. 如图 5, $AB=CD$, $AB \parallel CD$, $OA=3$ cm,

求 OC 边的长.

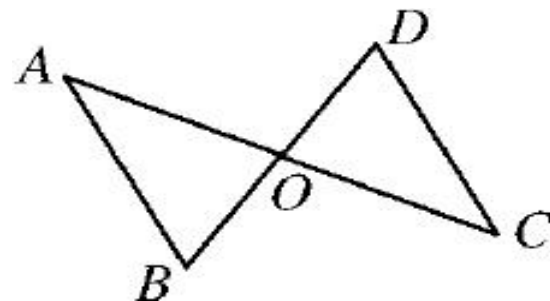


图 5



4. 如图 6, $AM \parallel CN$, $BM \parallel DN$, $AM = CN$.

求证: $\triangle ABM \cong \triangle CDN$.

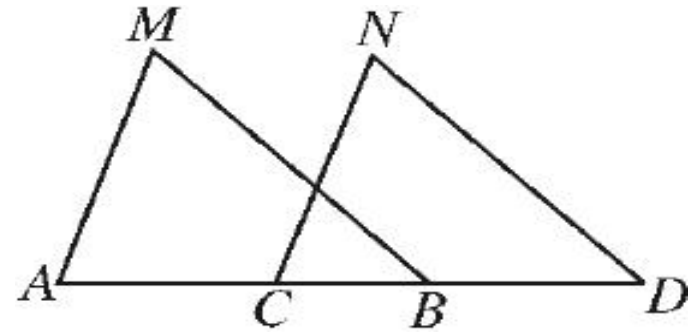


图 6