



公式法解一元二次方程



问题1

什么叫配方法？配方法的基本步骤是什么？

- (1) 移项：将常数项移到方程的右边；
- (2) 将方程二次项系数化成 1；
- (3) 配方：方程两边同时加上一次项系数一半的平方；
- (4) 化为 $(x+n)^2=p$ (n, p 是常数, $p \geq 0$) 的形式；
- (5) 用直接开平方法求得方程的解。



问题2 你能用配方法解方程 $3x^2+5x-2=0$ 吗？

二、共同探究 合作交流



提出问题：从前面的用配方法解一元二次方程的步骤来看，它们有着相同的步骤，存在着固定的模式，那么，我们试想，是否能找到一个公式来解一元二次方程呢？

探索公式：对于一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，用配方法进行配方，看看会出现什么情形？

$$ax^2 + bx + c = 0$$



$$ax^2 + bx = -c$$



$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$



$$ax^2 + bx + c = 0$$



$$ax^2 + bx = -c$$



$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$



$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$



$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

显然, $4a^2 > 0$

当 $b^2 - 4ac \geq 0$ 时, 开平方, 得

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

求根公式的识记与理解

当 $b^2-4ac \geq 0$ 时，一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的实数

根可写为
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- ◆上面这个式子称为一元二次方程的求根公式.
- ◆用求根公式解一元二次方程的方法称为**公式法**.

求根公式的记忆：把公式分拆成两部分来记忆.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



三、例题讲解

例1、用公式法解下列方程

$$(1) x^2 - 4x = 7$$

例1、用公式法解下列方程

$$(2)4x^2+4x+10=1-8x$$

例1、用公式法解下列方程

$$(3) 4x^2 - 3x + 2 = 0.$$



变式题

不解方程判别下列方程的根的情况

1、 $x^2-6x+1=0$

2、 $2x^2-x+2=0$

3、 $9x^2+12x+4=0$



用公式法解一元二次方程的一般步骤



黄冈学习网
www.hgxxw.net

1. 将方程化成一般形式，并写出 a ， b ， c 的值。

2. 求出 Δ 的值。

3. (a) 当 $\Delta > 0$ 时，代入求根公式： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

写出一元二次方程的根： $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(b) 当 $\Delta = 0$ 时，代入求根公式：

写出一元二次方程的根： $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

$x_1 = x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(b) 当 $\Delta < 0$ 时，方程实数根。

四、课堂小结



1. 求根公式的推导过程.

2. 用公式法解一元二次方程的一般步骤:

先将方程化为一般式, 再确定 a 、 b 、 c 的值、再算出 $b^2 - 4ac$ 的值、最后代入求根公式求解.

3. 用判别式判定一元二次方程根的情况:

当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根.

当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根.

当 $\Delta < 0$ 时, 方程没有实数根.

五、课后练习

1. 用公式法解方程 $3x^2+4=12x$ ，下列代入公式正确的是()

$$\text{A. } x_{1、2} = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 - 3 \times 4}}{2}$$

$$\text{B. } x_{1、2} = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 3 \times 4}}{2}$$

$$\text{C. } x_{1、2} = \frac{-12 \pm \sqrt{-(-12)^2 - 4 \times 3 \times 4}}{2 \times 3}$$

$$\text{D. } x_{1、2} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \times 3 \times 4}}{2 \times 3}$$

2. 解方程:

$$(1) x^2 + x - 6 = 0;$$

$$(2) 3x^2 - 6x - 2 = 0;$$

$$(3) 4x^2 - 6x = 0;$$

$$(4) x^2 + 4x + 8 = 4x + 11.$$



黄冈学习网
www.hgxxw.net