



黄冈学习网  
www.hgxxw.net

# 一元二次方程根的判别式

# 一、复习与回顾



1. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 根的判别式是怎样的？

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

2. 通过 $\Delta$ 是如何判断一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 根的情况的？

当  $\Delta > 0$  时，方程有两个不相等的实数根；

当  $\Delta = 0$  时，方程有两个相等的实数根；

当  $\Delta < 0$  时，方程没有实数根。

3. 反过来，通过一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 根的情况是如何确定 $\Delta$ 的范围？

(1) 当方程有两个不相等的实数根时， $\Delta=b^2-4ac>0$

(2) 当方程有两个相等的实数根时， $\Delta=b^2-4ac=0$

(3) 当方程没有实数根时， $\Delta=b^2-4ac<0$

4. 试一试 不解方程，判别下列方程根的情况。

$$(1) 5x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$(2) 25y^2 + 4 = 20y$$



黄冈学习网  
[www.hgxxw.net](http://www.hgxxw.net)

$$(3) 2x^2 + \sqrt{3}x + 1 = 0$$



黄冈学习网  
www.hgxxw.net

## 二、专题讲解



黄冈学习网  
www.hgxxw.net

### 专题一 含字母的一元二次方程根的判别

例1、不解方程判断关于 $x$ 的方程根的情况

$$(1) x^2 - 2kx + 4(k - 1) = 0;$$



例1、不解方程判断关于 $x$ 的方程根的情况

$$(2) \quad x^2 - (2+m)x + 2m - 1 = 0.$$





## 专题二 根据方程根的情况判断参数的取值范围

例2、 $k$ 为何值时，关于 $x$ 的方程 $2x^2-(4k+1)x+2k^2-1=0$ 有实数根？

## 【变式题】

$m$ 为何值时，关于 $x$ 的方程 $m^2x^2+(2m+1)x+1=0$ 有两个不等的实数根.

## 专题三 分类思想

例3、已知关于 $x$ 的方程 $(m-2)x^2-2(m-1)x+m+1=0$ ，当 $m$ 为何值时，方程有实数根.

1. 求判别式时，应该先将方程化为一般形式。
2. 应用判别式解决有关问题时，前提条件为“方程是一元二次方程”，即二次项系数不为0。
3. 当二次项系数中含有字母时，要注意弄清方程是否一定是一元二次方程.若不一定时，要注意分两种情况进行讨论：
  - (1)一元一次方程；
  - (2)一元二次方程.

## 课堂练习



1. 下列一元二次方程中，有实数根的是 ( )
- A.  $x^2-x+1=0$                       B.  $x^2-2x+3=0$   
C.  $x^2+x-1=0$                       D.  $x^2+4=0$
2. 已知关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2+2x+k=0$ 有实数根，则 $k$ 的取值范围是 ( )
- A.  $k \leq 1$                               B.  $k \geq 1$   
C.  $k < 1$                                 D.  $k > 1$



3. 若关于 $x$ 的一元二次方程 $mx^2-2x+1=0$ 有实数根, 则 $m$ 的取值范围是 ( )

A.  $m < 1$

B.  $m < 1$ 且 $m \neq 0$

C.  $m \leq 1$

D.  $m \leq 1$ 且 $m \neq 0$

4. 对任意实数 $m$ , 求证: 关于 $x$ 的方程 $(m^2+1)x^2-2mx+m^2+4=0$  无实数根.

5.  $k$ 为何值时, 方程  $(k-1)x^2-(2k+3)x+k+3=0$ 有实根.





黄冈学习网  
[www.hgxxw.net](http://www.hgxxw.net)