一元二次方程根与系数的关系

一、复习与回顾

1.一元二次方程的一般形式？

$$\boxed{ax^2+bx+c=0(a\neq 0)}$$

2.一元二次方程有实数根的条件是什么？

$$\boxed{\triangle=b^2-4ac\geq 0}$$

3.当△＞0，△=0，△＜0 根的情况如何？

当△>0时，方程有两个不相等的实数根.
当△=0时，方程有两个相等的实数根.
当△<0时，方程没有实数根.

4.一元二次方程的求根公式是什么？

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

二、共同探究　合作交流

黄冈学习网 www.hgxxw.net

1．提出问题

方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的求根公式，不仅表示可以由方程的系数a、b、c决定的值，而且反映了根与系数之间的联系.一元二次方程根与系数还有其他更简明的表现方式吗？

2．探究问题

①从最简单的特例入手，发现现象.

解下列方程，将得到的解填入下面的表格中.

（1）$x^2-2x=0$；　　（2）$x^2+3x-4=0$；

（3）$x^2-5x+6=0$.

方程	x_1	x_2	x_1+x_2	$x_1\cdot x_2$
$x^2-2x=0$	0	2	2	0
$x^2+3x-4=0$	1	−4	−3	−4
$x^2-5x+6=0$	2	3	5	6

②猜想、归纳规律

若方程$x^2+px+q=0$的两个根分别为x_1，x_2，

那么$x_1+x_2=$________，$x_1\cdot x_2=$________.

③证明猜想的正确性

从因式分解法可知，方程$(x-x_1)(x-x_2)=0$(x_1，x_2为已知数)的两根为________和________.

将方程$(x-x_1)(x-x_2)=0$化成$x^2+px+q=0$的形式为

________________________________.

通过对方程的两种不同形式的比较，可以得到如下结论：

____________和__________________.

④深层次思考

(1)提出问题

一元二次方程的一般形式为$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$，二次项系数a未必是1，它的两根之和、两根之积与系数又有怎样的关系呢？

黄冈学习网 www.hgxxw.net

(2)探究解决问题的方法

解决问题方案1

$$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$$

系数化为1

$$x^2+\frac{b}{a}x+c=0$$

$\triangle=b^2-4ac\geq0$

与$x^2+px+q=0$类比

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a},\ x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$$

解决问题方案2

根据求根公式可知，

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\qquad x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_1+x_2=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}+\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-2b}{2a}=-\frac{b}{a}$$

$$x_1x_2=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\bullet\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{(-b)^2-(\sqrt{b^2-4ac})^2}{4a^2}=\frac{c}{a}$$

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a},\ x_1\bullet x_2=\frac{c}{a}$$

(3)形成一般性结论：

一元二次方程的根与系数的关系：（韦达定理）

如果方程$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的两个根是x_1, x_2，

那么$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$

注：能用根与系数的关系的前提条件为$b^2-4ac\geq0$

三、应用新知　　解答问题

例1、不解方程，下列方程的两根和与两根积各是多少？

（1）$x^2-3x+1=0$　　（2）$3x^2-2x=2$

（3）$2x^2+3x=0$　　　　（4）$3x^2=1$

例2、已知方程 $x^2-4x+m=0$ 的一个根为 -2，求方程的另一根及 m 的值.

例3、已知方程 $x^2+3x-2=0$，不解这个方程，利用根与系数的关系，求作一个一元二次方程，使它的根分别是已知方程的各根的 2 倍.

四、课堂小结

1．若二次项系数为1的方程$x^2+px+q=0$的两个根分别为x_1，x_2，那么$x_1+x_2=-p$，$x_1\cdot x_2=q$.

2．如果方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的两个根是x_1, x_2，那么$x_1+x_2=-\frac{b}{a}, x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$

注：能用根与系数的关系的前提条件为$b^2-4ac\geq 0$

3．本节课在探究一元二次方程根与系数关系时，运用了从特殊到一般的数学探究思想，再应用一般性的结论解答特殊实例.

五、课后练习

黄冈学习网 www.hgxxw.net

1．方程 $6x^2-3x+2=0$ 的两根之和是____________，两根之积是____________.

2．如果－1是方程 $2x^2-x+m=0$ 的一个根，则另一个根是_________，$m=$ _________.

3．以方程$x^2+3x-5=0$的两个根的相反数为根的方程是（　　）

A．$y^2+3y-5=0$　　B．$y^2-3y-5=0$

C．$y^2+3y+5=0$　　D．$y^2-3y+5=0$

4．不解方程，求下列方程两个根的和与积：

（1） $x^2 - 3x = 15$　　　　　　（2） $3x^2 + 2 = 1 - 4x$

4．不解方程，求下列方程两个根的和与积：

（3）$5x^2-1=4x^2+x$　　（4）$2x^2-x+2=3x+1$

5．设x_1，x_2是关于x的方程$x^2-(m-1)x-m=0(m\neq 0)$的两个根,且满足$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-\frac{2}{3}$,求$m$的值.