



黄冈学习网
www.hgxxw.net

实际问题与一元二次方程(2)

一、创设情景 导入新知

问题1 要设计一本书的封面，封面长 27 cm，宽 21 cm，正中央是一个矩形，如果要使四周的彩色边衬所占面积是封面面积的四分之一，上、下、左、右边衬等宽，应如何设计四周边衬的宽度？

思考一 由于“上、下、左、右边衬等宽”，若设边衬宽为 x cm，则中央矩形的长为 _____ cm，宽为 _____ cm，此矩形的面积可以表示为 _____。

思考二 你是如何理解“边衬所占面积是封面面积的四分之一”这一等量关系的？





理解1

边衬所占面积 = $\frac{1}{4}$ 封面的面积,

封面的面积 - 中央矩形的面积 = 边衬所占面积

理解2 中央矩形的面积 = $\frac{3}{4}$ 封面的面积

解决问题方案1 根据“理解1”列出的方程为



解决问题方案2 根据“理解2”列出的方程为

二、共同探究 合作交流

问题2 要设计一本书的封面，封面长 27 cm，宽 21 cm，正中央是一个与整个封面长宽比例相同的矩形，如果要使四周的彩色边衬所占面积是封面面积的四分之一，上、下边衬等宽，左、右边衬等宽，应如何设计四周边衬的宽度（结果保留小数点后一位）？

思考三

你是怎样理解“一个与整个封面长宽比例相同的矩形”的？

矩形的长：宽 = 27 : 21，即长：宽 = 9 : 7





思考四 左右边衬与上下边衬的宽度有什么关系？它们的比值与9 : 7有何联系？



若设正中央矩形的长、宽分别为 $9a$ 、 $7a$ ，那么左右边衬宽度可表示为_____，

上下边衬的宽度可表示为_____，

上下边衬宽度：左右边衬宽度=_____.

思考五

仿照“问题1”的解决方法，直接从边衬的宽度入手，设上下边衬的宽度均为 $9x\text{cm}$ ，左右边衬的宽度均为 $7x\text{cm}$ ，应如何列方程求解？

列方程为_____.

整理得：_____.

解方程得 $x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____.

所以取 $x_1 = \frac{6-3\sqrt{3}}{4}$, $9x = \frac{54-27\sqrt{3}}{4} \approx 1.8$, $7x = \frac{42-21\sqrt{3}}{4} \approx 1.4$.

即上下边衬的宽度均为 1.8 cm ，左右边衬的宽度均为 1.4 cm .



思考六



不从边衬的宽度入手，采用间接设元的办法，
设正中央矩形的长、宽分别为 $9x$ cm、 $7x$ cm.

依题意列方程得：_____.

解方程得 $x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____.

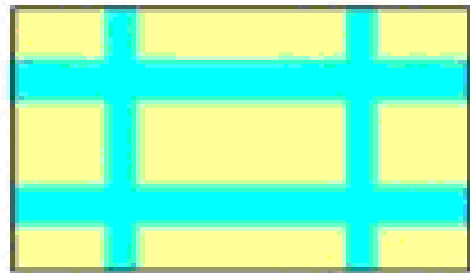
故上、下边衬的宽度为：_____.

左、右边衬的宽度为：_____.



三、应用新知 拓展升华

问题3 如图，某中学为方便师生活动，准备在长30m，宽20m的矩形草坪上修筑两横两纵四条小路，横纵路的宽度之比为3：2，若使余下的草坪面积是原来草坪面积的四分之三，则路宽应为多少？



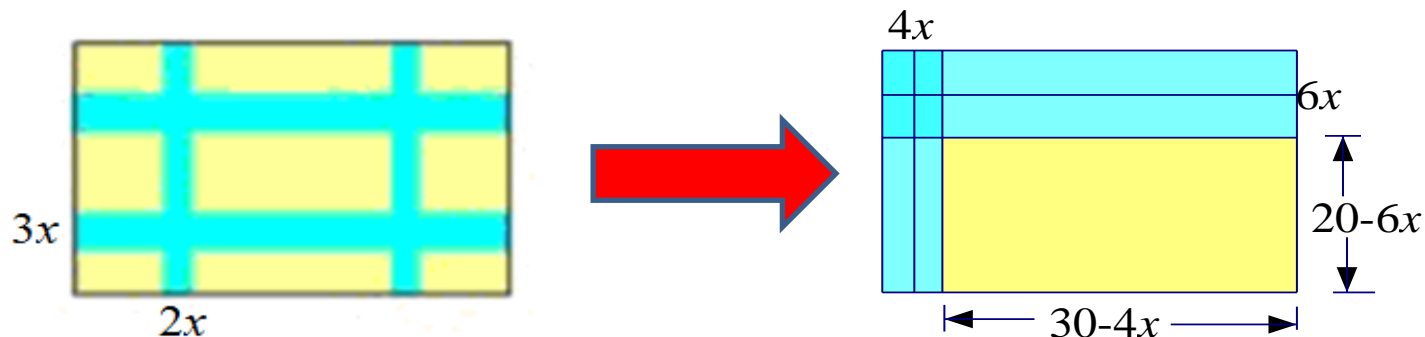
思考七 借鉴上“问题1、2”的解题方法，你认为“余下的草坪面积”应如何用数量关系描述？

矩形草坪的面积 - 四条小路的面积 = 余下草坪的面积

思考八 由于四条小路有四块重叠部分，所以在计算其面积的和时，需要再减去重叠部分的面积，这样计算时较为麻烦.那么有没有更简单的方法来计算“余下草坪的面积”呢？

解决方案1 平移小路法

设横向每条小路的宽为 $3x$ ，纵向每条小路的宽为 $2x$.将小路按如下方式平移.



则余下草坪的面积可表示为_____.

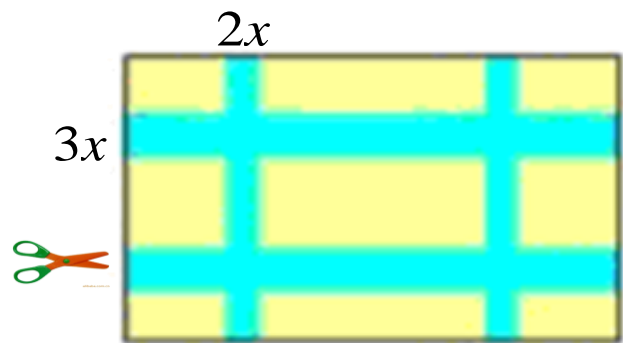
列方程得_____.

整理方程得_____.

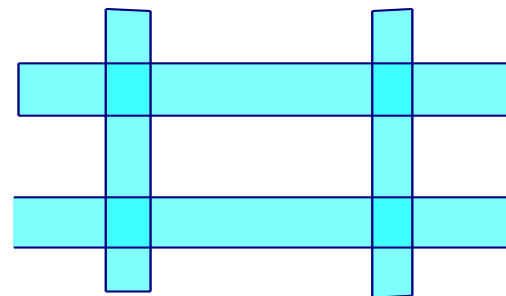
解得_____. 所以小路宽分别为_____.

解决方案2 剪刀解题法

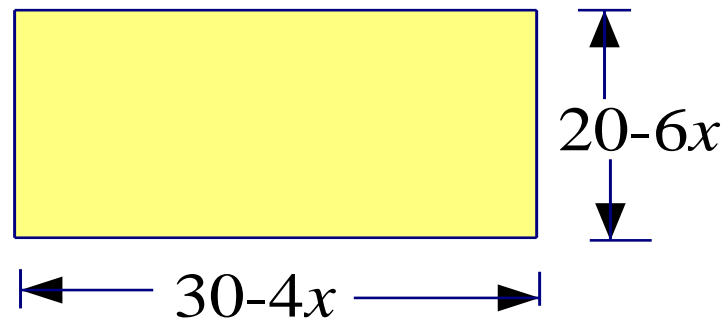
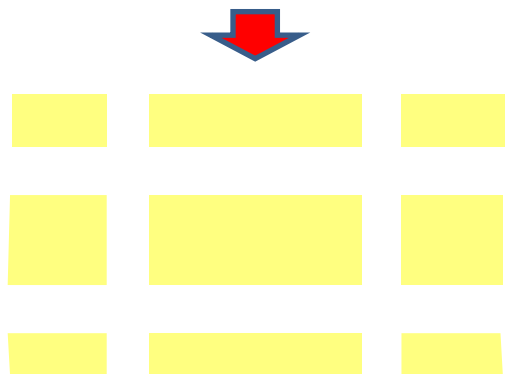
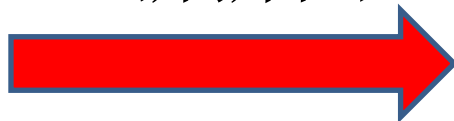
想象用剪刀把小路剪掉，再将余下的重新拼图，得到一个新的矩形。



剪下小路



重新拼图



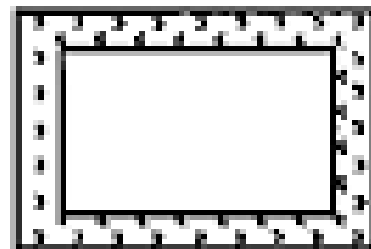
四、课堂小结

列一元二次方程解应用题的步骤与列一元一次方程解应用题的步骤类似，即审、设、列、解、检、答。

这里要特别注意：在列一元二次方程解应用题时，由于所得的根一般有两个，所以要检验这两个根是否符合实际问题的要求。

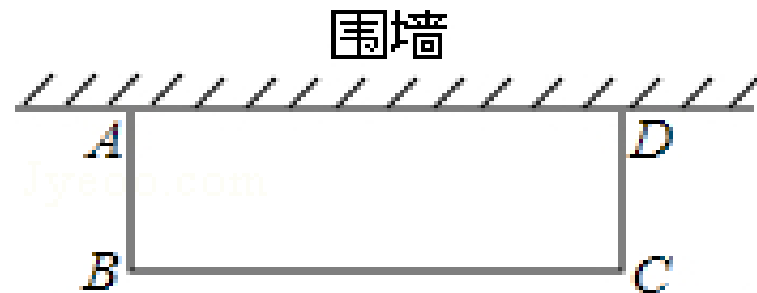
五、课后练习

1.如图所示，小明家有一块长150cm，宽100cm的矩形地毯，为了使地毯美观，小明请来工匠在地毯的四周镶上宽度相同的花色地毯，镶完后地毯的面积是原地毯面积的2倍，则花色地毯的宽_____cm.



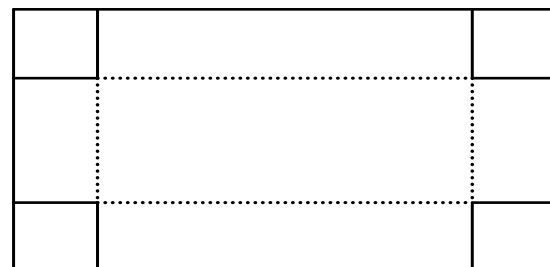
第1题图

2.如图，邻边不等的矩形花圃ABCD，它的一边AD利用已有的围墙，另外三边所围的栅栏的总长度是6m. 若矩形的面积为 4m^2 ，则AB的长度是____m（可利用的围墙长度超过6m）.



第2题图

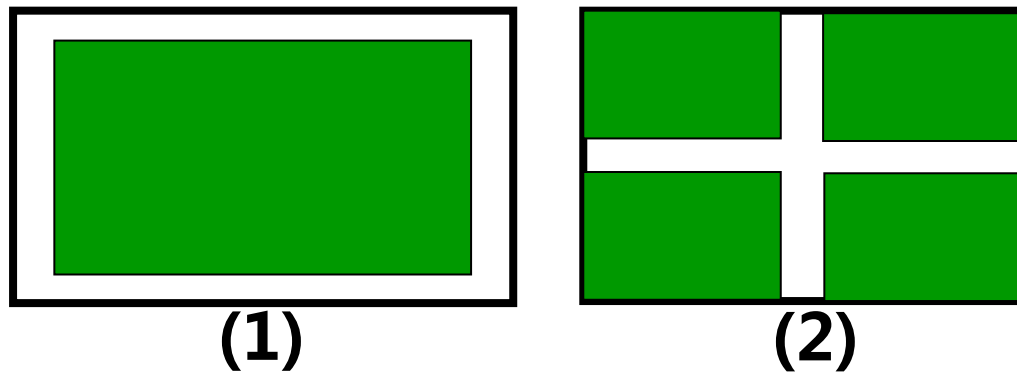
3.如图，一块长方形铁皮的长是宽的2倍，四个角各截去一个正方形，制成高是5cm，容积是 500cm^3 的无盖长方体容器，求这块铁皮的长和宽.



第3题图



4.某校为了美化校园,准备在一块长32米,宽20米的长方形场地上修筑若干条道路,余下部分作草坪,并请全校同学参与设计,现在有两位学生各设计了一种方案(如图),根据两种设计方案各列出方程,求图中道路的宽分别是多少?使图(1),(2)的草坪面积为540米².



第4题图



黄冈学习网
www.hgxxw.net