函数的概念(1)

黄冈学习网
www.hgxxw.net

复习回顾：

1、请回忆在初中我们学过哪些函数？

正比例函数：$y = kx \quad (k \neq 0)$

反比例函数：$y = \dfrac{k}{x} \quad (k \neq 0)$

一次函数：$y = kx + b \quad (k \neq 0)$

二次函数：$y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$

什么是函数（初中定义）？

一般地，设在一个变化过程中有两个变量x、y,如果对于x的每一个值，y都有唯一的值与它对应，那么就说x是自变量，y是x的函数.

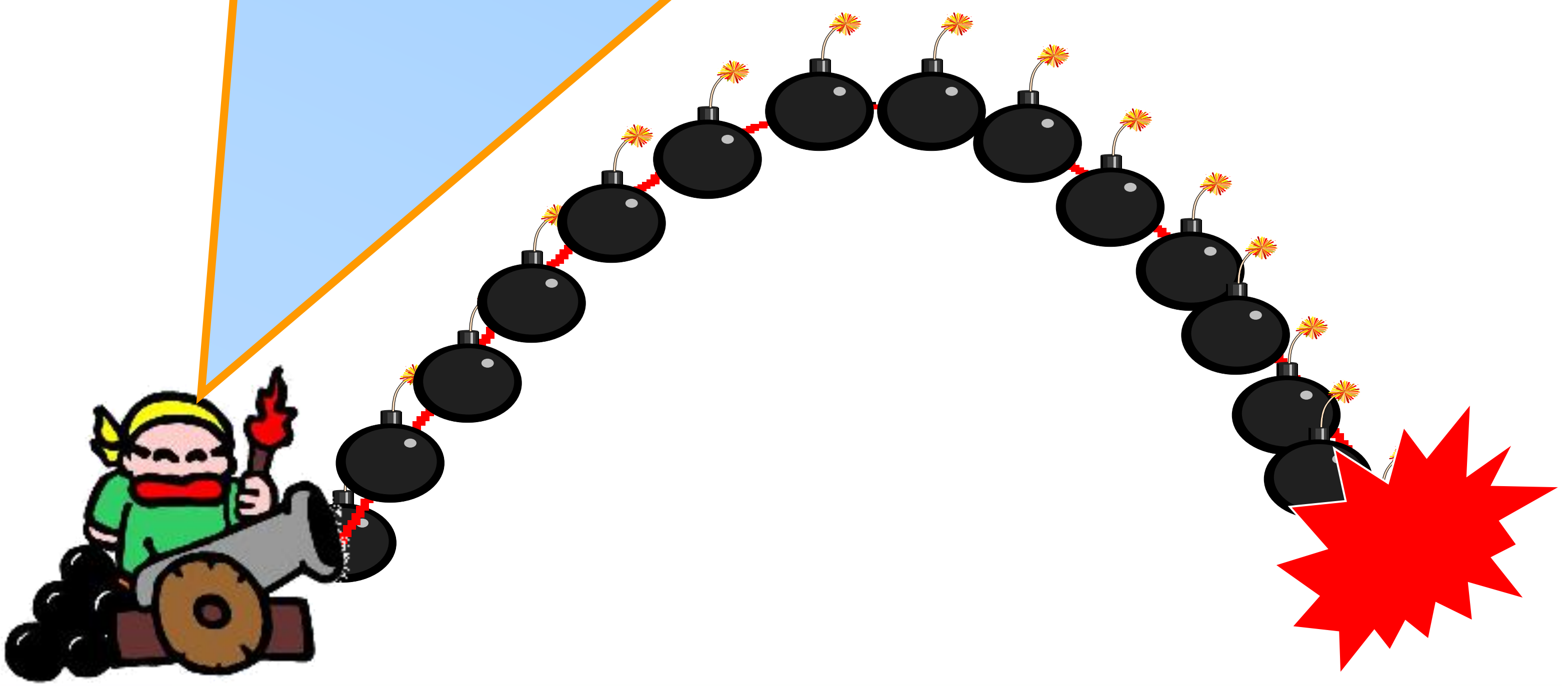
2、请同学们考虑以下两个问题：

(1)$y=1$是函数吗?

(2)$y=x$与 $y=\dfrac{x^2}{x}$ 是同一个函数吗?

实例分析1

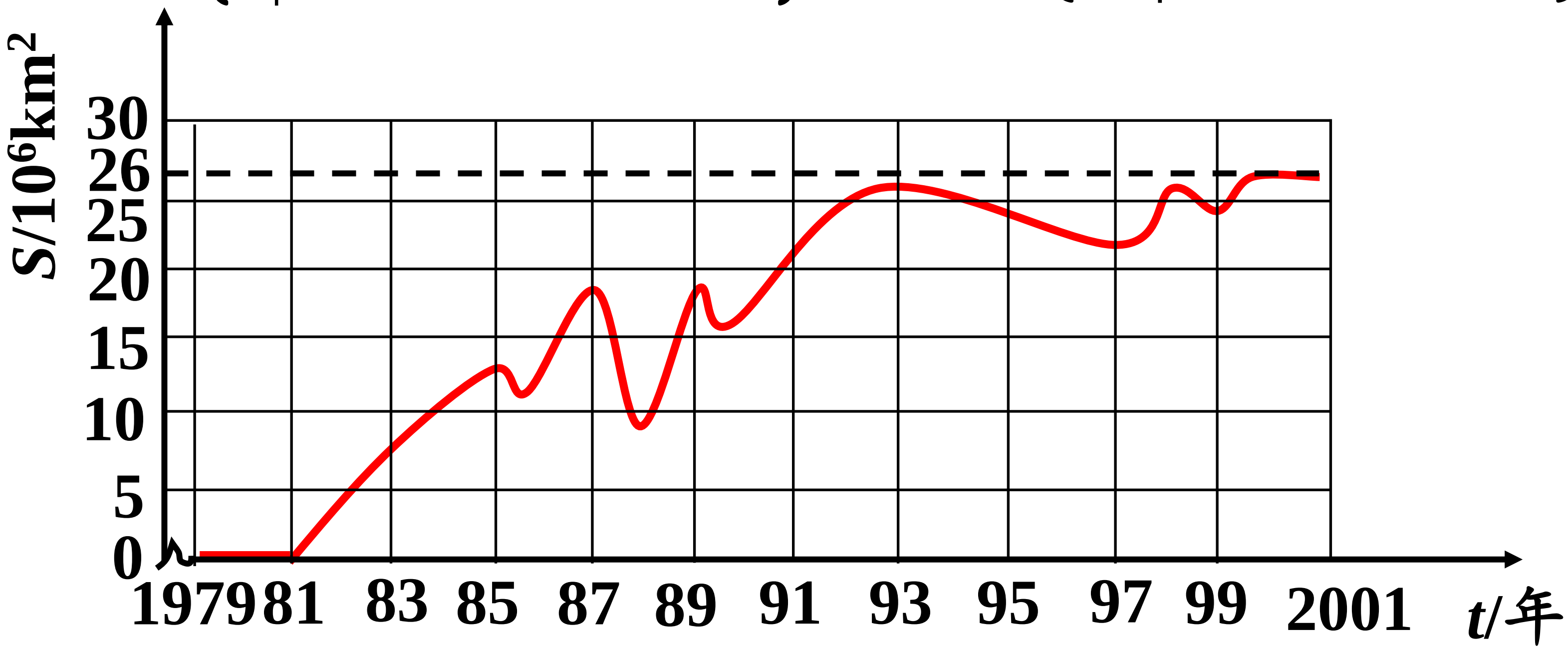
一枚炮弹发射后,经过26 s落到地面击中目标.炮弹的射高为845 m,且炮弹距地面的高度(单位: m)随时间t (单位: s)变化的规律是$h=130t-5t^2$.



实例分析2

下图中的曲线显示了南极上空臭氧层空洞的面积从1979～2001年的变化情况.

$$A=\{t\mid 1979\le t\le 2001\}\quad B=\{S\mid 0\le S\le 26\}$$



南极臭氧层空洞的面积

实例分析3

"八五"计划以来我国城镇居民恩格尔系数变化情况

$$恩格尔系数=\frac{食物支出金额}{总支出金额}$$

时间(年)	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
恩格尔系数(%)	53.8	52.9	50.1	49.9	49.9	48.6	46.4	44.5	41.9	39.2	37.9

仿照实例(1)(2)，试描述上表中恩格尔系数和时间(年)的关系.

$A=\{1991,1992,1993,1994,1995,1996,1997,1998,1999,2000,2001\}$

$B=\{53.8,\ 52.9,\ 50.1,\ 49.9,\ 48.6,\ 46.4,\ 44.5,\ 41.9,\ 39.2,\ 37.9\}$

相同点

(1)都有两个非空数集

(2)两个数集之间都有一种确定的对应关系

不同点

实例(1)是用解析式刻画变量之间的对应关系，

实例(2)是用图象刻画变量之间的对应关系，

实例(3)是用表格刻画变量之间的对应关系.

一、函数定义

设A、B是非空的数集，如果按照某种确定的对应关系f，使对于集合A中的任意一个数x，在集合B中都有唯一确定的数$f(x)$和它对应，那么就称f:A→B为从集合A到集合B的一个函数 (function).

记作: $y=f(x)$，$x\in A$.

其中，x叫做自变量，x的取值范围A叫做函数的定义域(domain)；与x的值相对应的y值叫做函数值，函数值的集合$\{f(x)|x\in A\}$叫做函数的值域(range).

二、函数概念的理解

(1)A, B 都是非空数集；

(2)①函数的实质是“从一个集合到另一个集合的一种对应关系”，这种对应关系可以是“一对一”，也可以是“多对一”，但是不可以是“一对多”；

②集合A中每个元素通过对应法则都能在集合B中找到唯一的元素和它对应，而集合B中的元素反过来可以没有A中的元素与之对应，也可以有不止一个元素与之对应；

(3)函数的定义域为A；值域$\{f(x)|x\in A\}\subseteq B$，而值域$\{f(x)|x\in A\}$由定义域,对应关系确定;

(4)符号$y=f(x)$的理解

①x是自变量,它是对应关系所施加的对象;

②f是对应关系, 它可以是一个或几个解析式,可以是图象,表格, 也可以是文字描述;

③$y=f(x)$仅仅是函数符号,不是表示"y等于f与x的乘积"，$f(x)$也不一定是解析式.

(5)常用函数符号: $f(x)$,$g(x)$, $h(x)$, $F(x)$, $G(x)$等.

函数	对应关系	定义域	值域
正比例函数	$y = kx(k \neq 0)$	R	R
反比例函数	$y = \frac{k}{x}(k \neq 0)$	$\{x \mid x \neq 0\}$	$\{y \mid y \neq 0\}$
一次函数	$y = kx + b$ $(k \neq 0)$	R	R
二次函数	$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$	R	$a > 0$时$\{y \mid y \geqslant \frac{4ac - b^2}{4a}\}$ $a < 0$时$\{y \mid y \leqslant \frac{4ac - b^2}{4a}\}$

练习：

1、判断正误

(1)函数值域中的每一个数都有定义域中的数与之对应.

(2)函数的定义域和值域一定是无限集合.

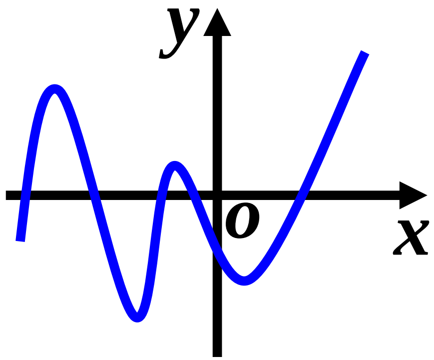
(3)定义域和对应关系确定后，函数值域也就确定.

(4)若函数的定义域只有一个元素，则值域也只有一个元素.

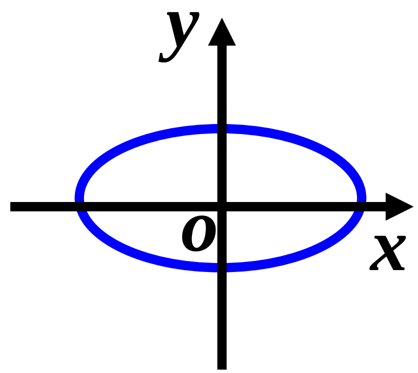
(5)对于不同的x，y的值也不同.

(6)$f(a)$表示当$x=a$时，函数$f(x)$的值，是一个常量.

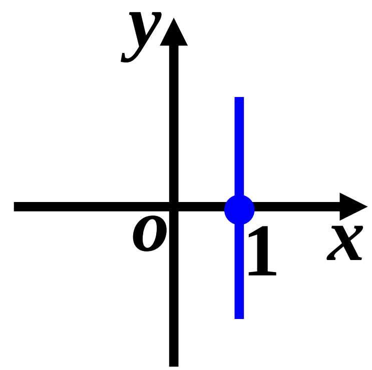
2、下列图象具有函数关系的是_____和_____.



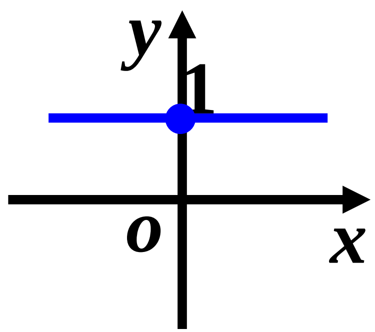
A



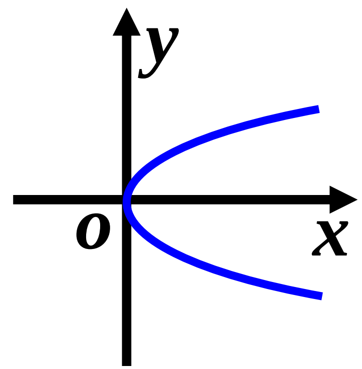
B



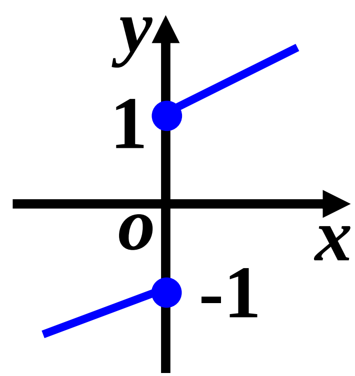
C



D



E



F

3、判断下列关系式是否是函数？并说明理由.

(1) $y=1, x \in R$

(2) $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{x-2}$

(3) $y=\pm\sqrt{1-x^{2}}$

三、函数的三要素

定义域，对应关系，值域.

四、判断函数相等

定义域，对应法则确定后，值域就确定了，因此我们只须判断两个函数的定义域和对应法则是否相等就可以了.

例1、下面函数中,哪个与函数 $y=x$ 是同一个函数?

(1) $y=(\sqrt{x})^2$

(2) $y=\dfrac{x^2}{x}$

(3) $y=\sqrt[3]{x^3}$

(4) $y=\sqrt{x^2}$

五、区间的概念

(设a, b为实数,且$a<b$)

闭区间：满足$a \le x \le b$的实数x的集合,记作 $[a,b]$

开区间：满足$a < x < b$的实数x的集合,记作 (a , b)

半开半闭区间：满足$a < x \le b$或$a \le x < b$的实数x的集合,分别记作$(a, b]$,$[a, b)$.

实数集R记作 $(-\infty,+\infty)$

"∞"不是一个数,表示无限大的变化趋势,因此作为端点,不用方括号.

六、不等式、集合、区间的关系

(设a，b为实数,且$a<b$)

不等式	集合	区间	名称
$a<x<b$	$\{x\|a<x<b\}$	(a, b)	开区间
$a<x\leq b$	$\{x\|a<x\leq b\}$	$(a, b]$	半开半闭区间
$a\leq x<b$	$\{x\|a\leq x<b\}$	$[a, b)$	半闭半开区间
$a\leq x\leq b$	$\{x\|a\leq x\leq b\}$	$[a, b]$	闭区间
R	$\{x\|x\in R\}$	$(-\infty, +\infty)$	
$x\geq a$	$\{x\|x\geq a\}$	$[a, +\infty)$	
$x\leq b$	$\{x\|x\leq b\}$	$(-\infty, b]$	
$x>a$	$\{x\|x>a\}$	$(a, +\infty)$	
$x<b$	$\{x\|x<b\}$	$(-\infty, b)$	

注意：

①区间是一种表示连续性的数集；

②定义域、值域经常用区间表示；

③用实心点表示包括在区间内的端点，用空心点表示不包括在区间内的端点.

4、把下列不等式写成区间表示

(1) $5\leq x\leq 7$,记作:__________;

(2)$1<x\leq 3$,记作: __________;

(3)$x\geq 3$,记作:______________;

(4)$x<-6$,记作:______________ .

课堂小结

1、函数的概念：设A、B是非空数集，如果按照某个确定的对应关系f，使对于集合A中的任意一个数x，在集合B中都有惟一确定的数$f(x)$和它对应，那么就称f：A→B为从集合A到集合 B的函数.

2、函数的三要素：

- 定义域
- 值 域
- 对应法则f

定义域、对应法则 决定⇒ 值域