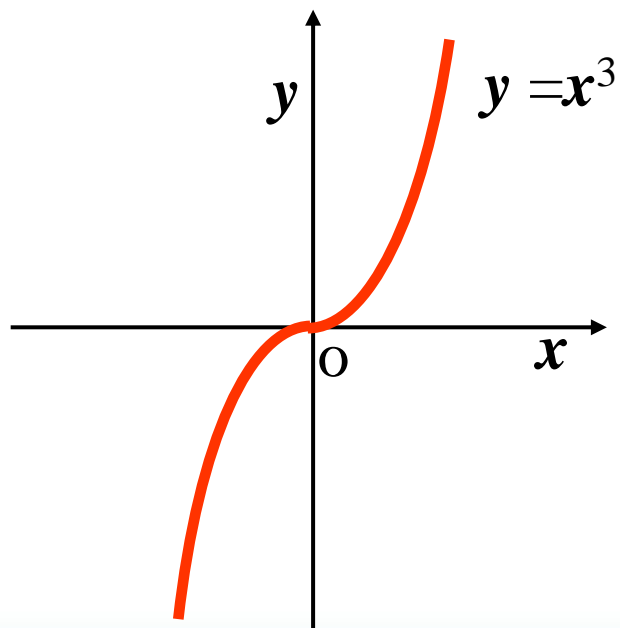
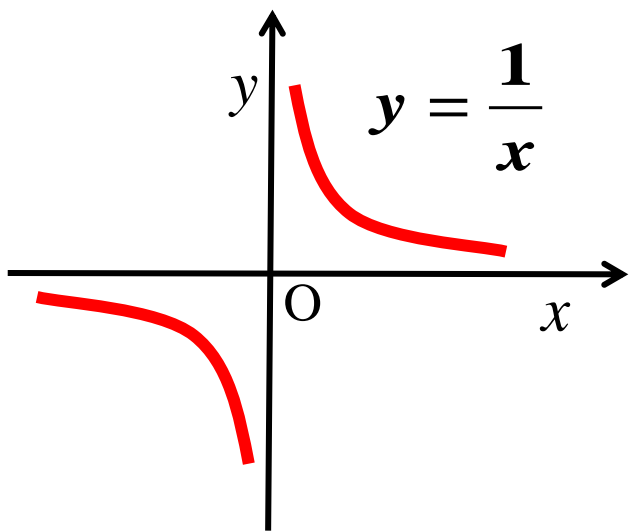
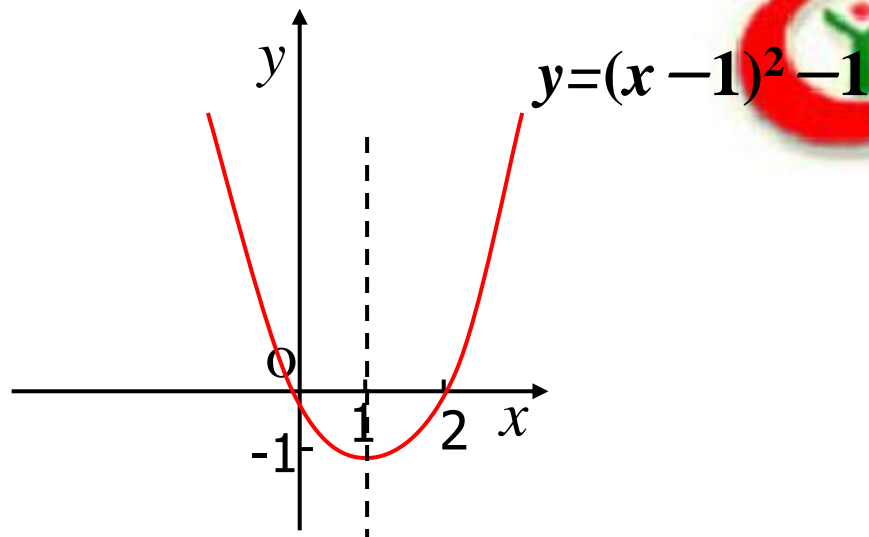
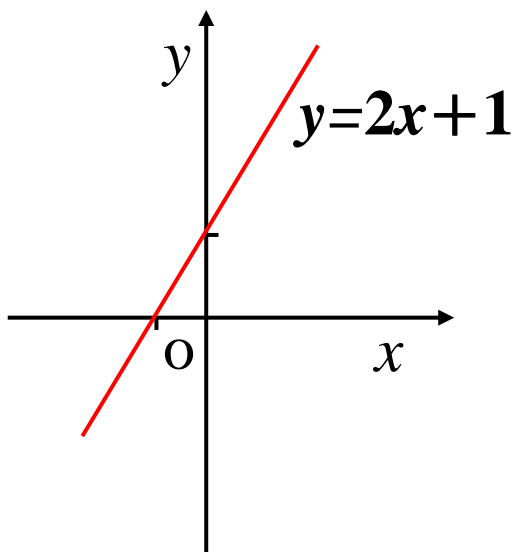




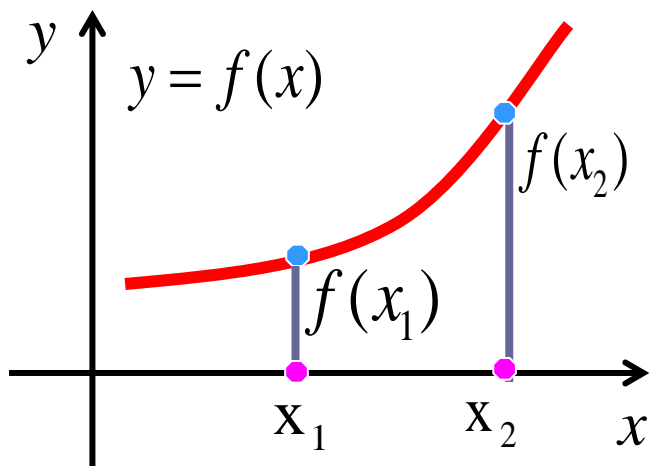
黄冈学习网
www.hgxxw.net

函数的单调性





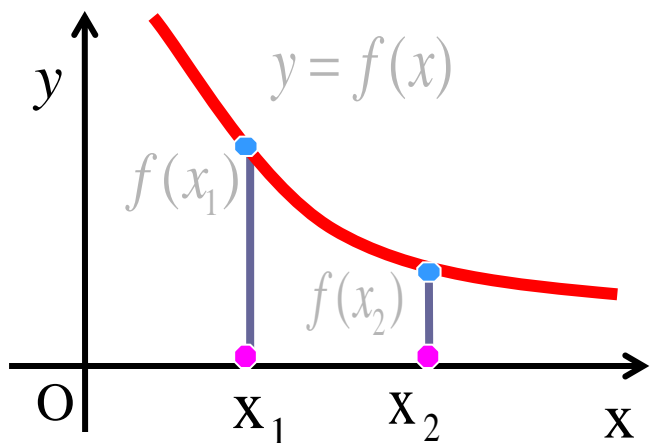
如何描述函数 $f(x)$ 的单调性呢？



在给定区间上任取 x_1, x_2 ,

$$x_1 < x_2 \longrightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

函数 $f(x)$ 在给定区间上为增函数.



在给定区间上任取 x_1, x_2 ,

$$x_1 < x_2 \longrightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

函数 $f(x)$ 在给定区间上为减函数.

一、增函数(减函数)定义

一般地，设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 I ，区间 $D \subseteq I$ ，如果取区间 D 中的任意两个值 x_1 、 x_2 ，当 $x_2 > x_1$ 时，都有 $f(x_2) > f(x_1)$ ，就称函数 $y=f(x)$ 在区间 D 上是增函数；

如果取区间 D 中的任意两个值 x_1 、 x_2 ，当 $x_2 > x_1$ 时都有 $f(x_2) < f(x_1)$ ，就称函数 $y=f(x)$ 在区间 D 上是减函数。

二、单调性与单调区间

若函数 $y=f(x)$ 在某个区间是增函数或减函数，就说函数 $y=f(x)$ 在这一区间具有(严格的)单调性，这一区间叫做函数 $y=f(x)$ 的单调区间.此时也说函数 $y=f(x)$ 是这一区间上的单调函数.

在单调区间上，增函数的图象是上升的，减函数的图象是下降的.

注意：

①函数的单调性是相对某个区间而言，不能直接说某函数是增函数或减函数。

②讨论函数的单调性和书写函数的单调区间是两个不同的问题。

③函数的单调区间是其定义域上的子集。

概念辨析



练习1、下列表述中:可确定函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上为增函数的有 () 个

(1) $f(a) < f(b)$

(2) 存在 $x_1, x_2 \in [a, b]$, 当 $x_1 < x_2$ 时, $f(x_1) < f(x_2)$

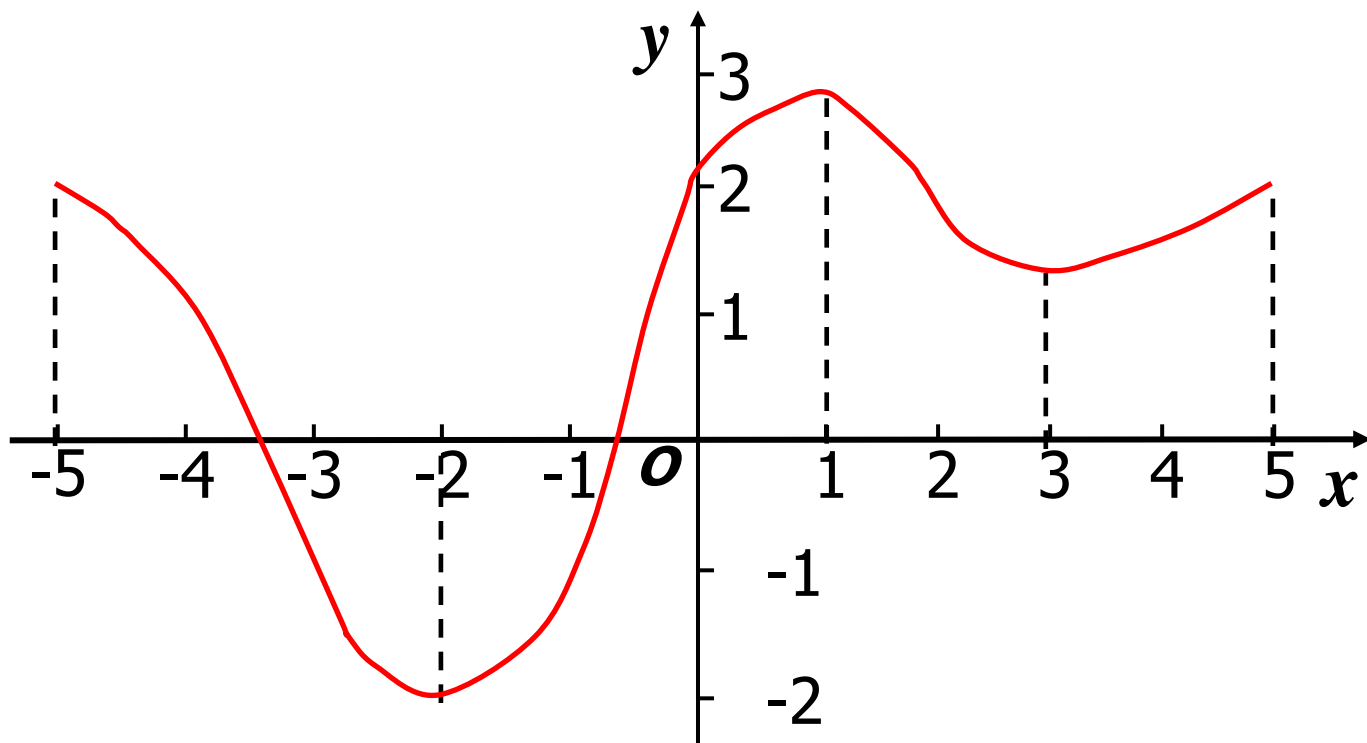
(3) 任意 $x_1, x_2 \in [a, b]$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$

(4) 对任意 $x_1, x_2 \in [a, b]$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] > 0$

(5) 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) < f(x+1)$

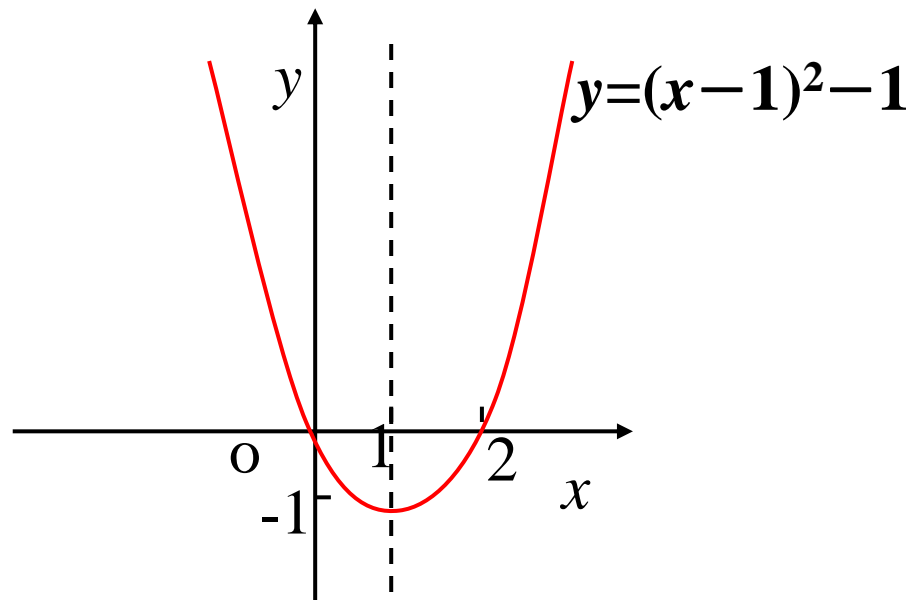
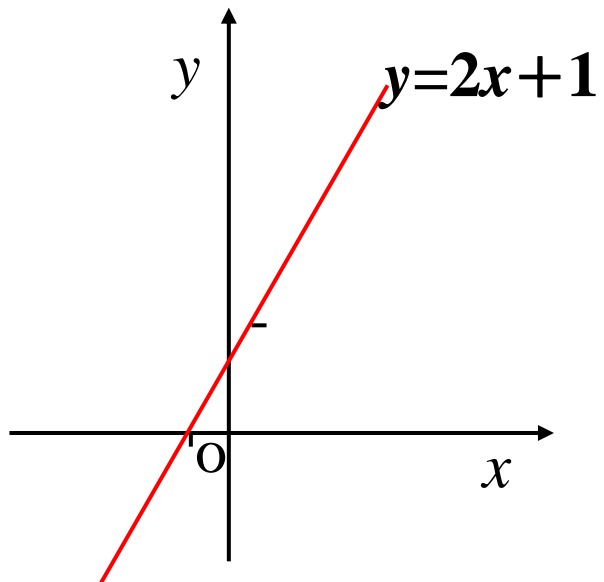


例1、下图是定义在 $[-5, 5]$ 上的函数 $y=f(x)$ 的图象，根据图象说出 $y=f(x)$ 的单调区间，以及在每一单调区间上， $y=f(x)$ 是增函数还是减函数。



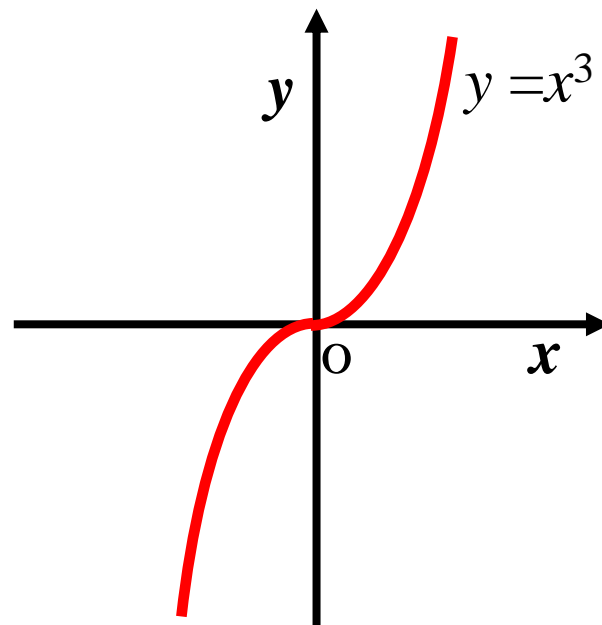
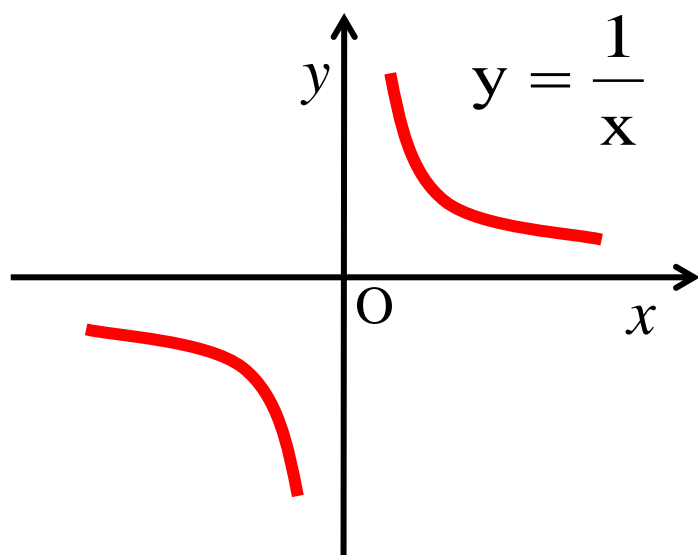
作图是发现函数单调性的方法之一。

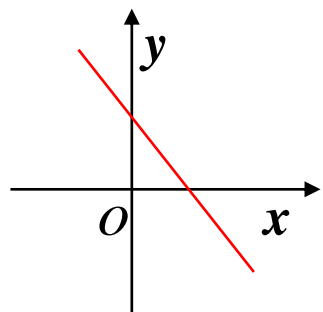
练习2、写出函数的单调区间



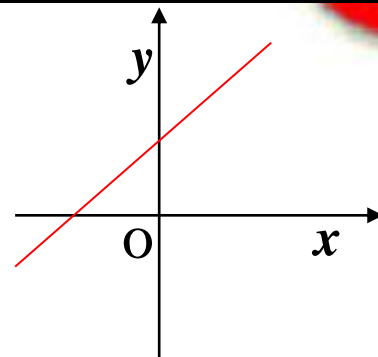


练习2、写出函数的单调区间

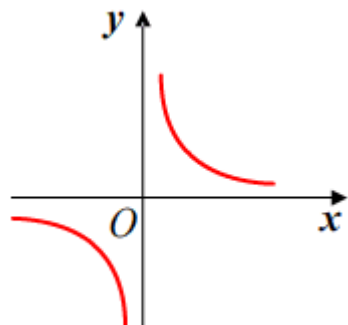




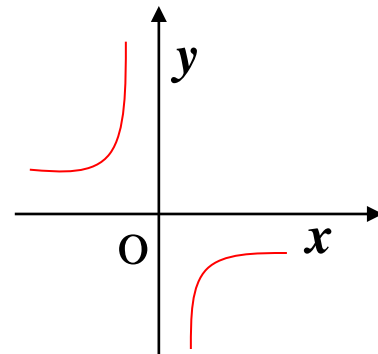
在 $(-\infty, +\infty)$
是减函数



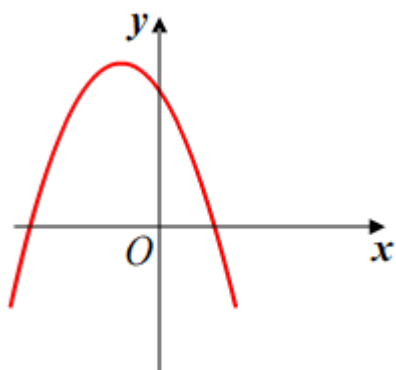
在 $(-\infty, +\infty)$ 是
增函数



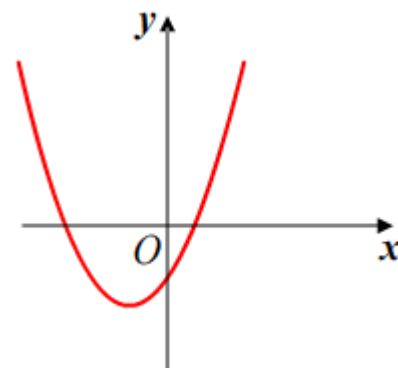
在 $(-\infty, 0)$ 和
 $(0, +\infty)$ 是减
函数



在 $(-\infty, 0)$ 和
 $(0, +\infty)$ 是增函数



在 $(-\infty, -\frac{b}{2a})$
增函数
在 $(-\frac{b}{2a}, +\infty)$
减函数



在 $(-\frac{b}{2a}, +\infty)$
增函数
在 $(-\infty, -\frac{b}{2a})$
减函数

例2、证明：函数 $f(x)=2x+1$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数。

三、判断函数单调性的一般步骤

- 1、取值（定义域）：在给定区间上任取两个实数 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2, \Delta x > 0$;
- 2、作差变形： $\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$ 的结果化积;
- 3、判断符号：判断每个因式符号，从而判断 Δy 的符号;
- 4、结论：结论一定要指出在哪个区间上.

例3、函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数还是减函数？

证明你的结论。

思考:判断函数 $f(x)=x^2+1$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数
还是减函数? 并给予证明.

课堂小结

1、函数单调性定义：是对定义域的某个区间而言的，反映的是在这一区间上函数值随自变量变化的性质。

2、判断函数单调性的方法：

(1)利用图象：在单调区间上，增函数图象从左向右是上升的，减函数图象是下降的。

(2)利用定义：用定义证明函数单调性的一般步骤：
任意取值→作差变形→判断符号→得出结论。

课后练习

1、求下列函数的单调区间

(1) $f(x) = 2x - 3;$

(2) $f(x) = -x^2 + 6x - 1;$

$$(3) y = |x - 3|;$$

$$(4) f(x) = |x + 1| + |2x - 1|.$$

2、证明函数 $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$ 在 $(-1, +\infty)$ 上是减函数。



黄冈学习网
www.hgxxw.net