



黄冈学习网
www.hgxxw.net

集合间的基本关系



实例分析:

1、高一(5)班全体同学组成集合B, 其中男同学组成集合A.

显然, 集合A是集合B的一部分, 因此有: 若 $a \in A$, 则 $a \in B$.

2、所有的正方形都是矩形。若用M表示正方形组成的集合, 用P表示矩形组成的集合.

显然, 集合M是集合P的一部分, 因此有: 若 $a \in M$, 则 $a \in P$.

3、所有的自然数都是整数.

显然, 集合N是集合Z的一部分, 因此有: 若 $a \in N$, 则 $a \in Z$.

一、子集的定义

一般地，对于两个集合A与B，如果集合A中任意一个元素都是集合B中的元素，我们就说这两个集合有包含关系，称集合**A是集合B的子集**，记作 **$A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)**。读作“**A含于B**”，或“**B包含A**”。

即：若 $a \in A$ ，则 $a \in B$ ，就说 **$A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)**。

注：

1、任何一个集合都是它本身的子集，即 $A \subseteq A$ 。

2、对于集合A、B、C，如果 $A \subseteq B$ ， $B \subseteq C$ ，则 $A \subseteq C$ 。

3、规定：空集是任何集合的子集。即 $\emptyset \subseteq A$ 。

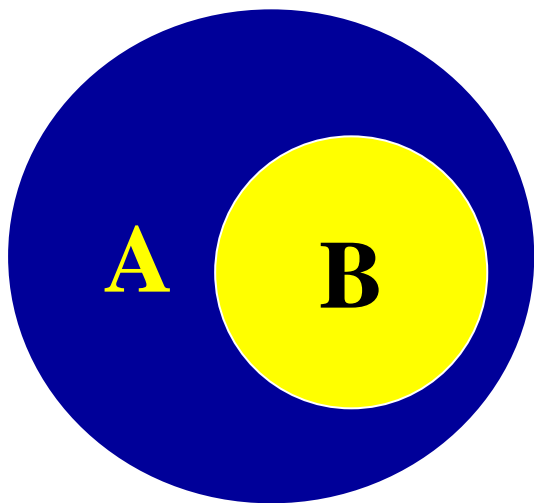
我们把不含任何元素的集合叫做**空集**，符号记为 \emptyset 。

例如：方程 $x^2+1=0$ 没有实数根，所以方程 $x^2+1=0$ 的实数根组成的集合为 \emptyset 。

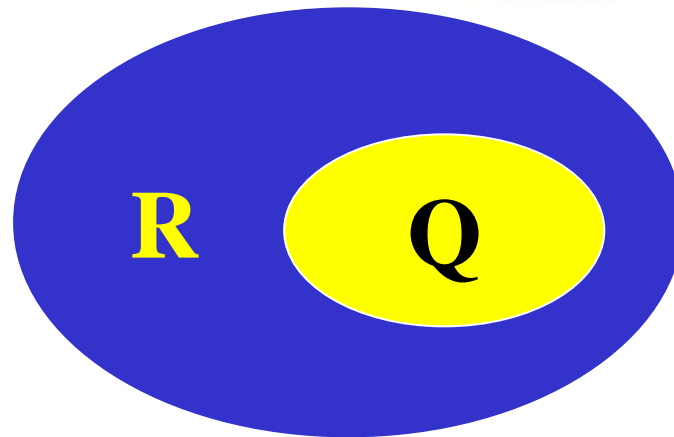
Venn图



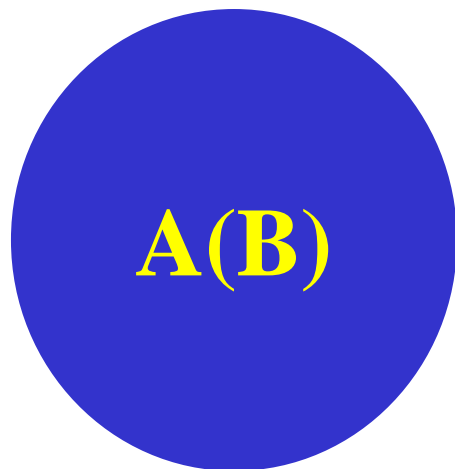
黄冈学习网
www.hgxxw.net



$$B \subseteq A$$



$$Q \subseteq R$$



$$A \subseteq A$$

练习:

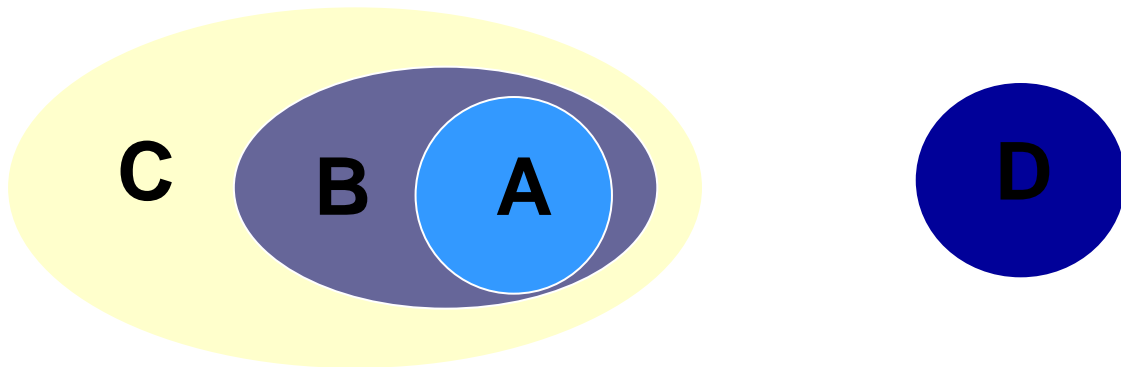
1、设 $A=\{\text{正方形}\}$, $B=\{\text{矩形}\}$, $C=\{\text{平行四边形}\}$,
 $D=\{\text{梯形}\}$. 下列关系不正确的是()

A. $A \subseteq B$

B. $B \subseteq C$

C. $C \subseteq D$

D. $A \subseteq C$





2、判断集合A是否为集合B的子集，
若是则在（ ）打√，若不是则在（ ）打×。

① $A=\{1,3,5\}$, $B=\{1,2,3,4,5,6\}$ ()

② $A=\{1,3,5\}$, $B=\{1,3,6,9\}$ ()

③ $A=\{0\}$, $B=\{x \mid x^2+2=0\}$ ()

④ $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{d,b,c,a\}$ ()

观察集合 A 与集合 B 的关系：

(1) $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{d,b,c,a\}$

(2) $A=\{-1,1\}$, $B=\{x|x^2-1=0\}$

二、两个集合相等

对于两个集合A与B，如果集合A中的任何一个元素都是集合B中的元素，同时集合B中的任何一个元素都是集合A中的元素，这时就说集合A与集合B相等，记作 $A=B$ 。

若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ ，则 $A=B$ 。

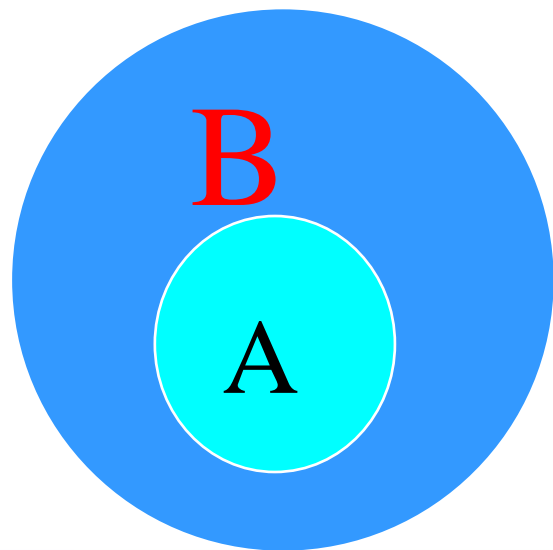
观察集合A与集合B的关系：

(1) $A=\{1,3,5\}$, $B=\{1,2,3,4,5,6\}$

(2) $A=\{\text{四边形}\}$, $B=\{\text{多边形}\}$

三、真子集

真子集：如果集合 $A \subseteq B$ ，但存在元素 $x \in B$ ，且 $x \notin A$ ，则称集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A \subsetneq B$ （或 $B \supsetneq A$ ）。



注：空集是任何非空集合的真子集。



当集合A不含于集合B，或集合B不包含集合A时，记作 $A \not\subseteq B$ (或 $B \not\subseteq A$)。

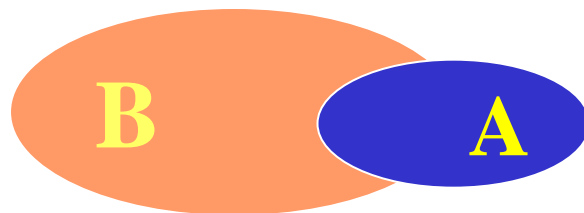
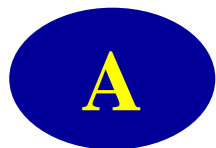
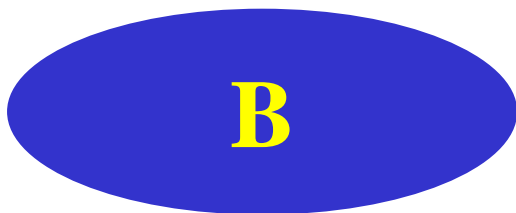
例如：

(1)集合 $A=\{1,3,6\}$, $B=\{2,8,9\}$ ，则_____。

(2)集合 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{1,2,5\}$ ，则_____。

(3)集合 $A=\{x|x\geq 9\}$, $B=\{x|x\leq 6\}$ ，则_____。

(4)集合 $A=\{x|x<8\}$, $B=\{x|x\geq 2\}$ ，则_____。



练习3:

将下列集合用最恰当的符号联结起来:

(1) 集合 $\{1,2,3\}$ 与 $\{0,1,2,3\}$;

(2) 集合 N_+ 、 Q 、 Z 、 N 与 R ;

(3) 集合 $\{x|x^2-1=0\}$ 与 $\{-1,1\}$.

例1、写出集合 $\{a,b,c\}$ 的所有子集，并指出其中哪些是它的真子集。

思维发散：

分别写出含有1个、2个、3个、4个、5个……元素的集合的所有子集，并探讨其子集的个数与集合中元素的个数之间是否存在某种联系？真子集的个数呢？

重要结论

含 n 个元素的集合的所有子集的个数是 2^n ;

所有真子集的个数是 $2^n - 1$, 非空真子集的个数是
 $2^n - 2$.



例2、设 $A=\{x,x^2,xy\}$, $B=\{1,x,y\}$,且 $A=B$,
求实数 x,y 的值.



例3、已知集合 $P=\{x|x^2+x-6=0\}$ 与集合
 $Q=\{x|ax+1=0\}$, 满足 $Q \subsetneq P$, 求 a 的取值组
成的集合A.



课后练习

1、用恰当的符号填空

① a _____ $\{a, b, c\}$

② 0 _____ $\{x \mid x^2 = 0\}$

③ $\{1, 2\}$ _____ $\{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 2\}\}$

④ \emptyset _____ $\{\emptyset\}$

⑤ \emptyset _____ $\{x \in R \mid x^2 + 1 = 0\}$

⑥ $\{0, 1\}$ _____ N

⑦ $\{0\}$ _____ $\{x \mid x^2 = x\}$

⑧ $\{2, 1\}$ _____ $\{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$

2、判断两个集合之间的关系：

(1) $A=\{1, 2, 4\}$, $B=\{x|x \text{ 是 } 8 \text{ 的约数}\}$;

2、判断两个集合之间的关系：

(2) $A = \{x | x = 3k, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x = 6k, k \in \mathbf{N}\}$;



2、判断两个集合之间的关系：

(3) $A = \{x \in \mathbb{N}_+ | x \text{ 是 } 4 \text{ 与 } 10 \text{ 的公倍数}\}$,

$B = \{x | x = 20m, m \in \mathbb{N}_+\}$.

3、已知 $A=\{x|x^2=1\}$, $B=\{x|ax=1\}$, 若 $B \subseteq A$, 求 a 的值.

4、已知 $A=\{x|-2\leq x\leq 5\}$, $B=\{x|x\leq a\}$, 若 $B \subseteq A$ 求实数
的 a 的取值范围.



黄冈学习网
www.hgxxw.net