



黄冈学习网
www.hgxxw.net

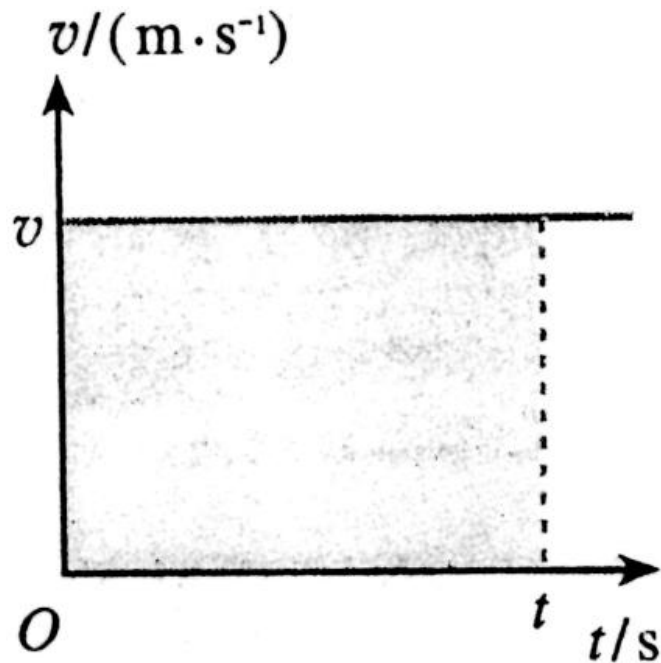
匀变速直线运动的位移与时间的关系



一、匀速直线运动的位移

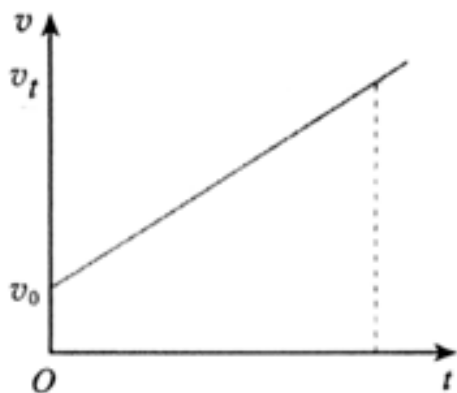
$$x = vt$$

对应 $v-t$ 图线下矩形面积.

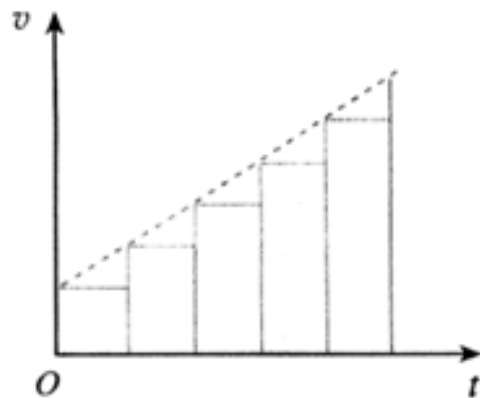


二、匀变速直线运动的位移

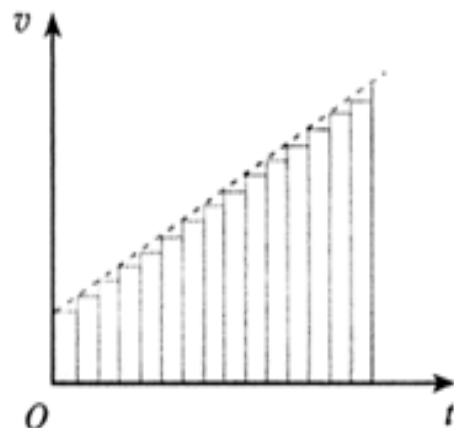
1、微元法的思想



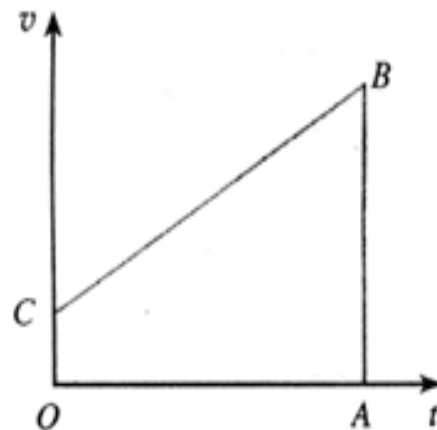
甲 某物体以初速度 v_0 做匀变速直线运动的速度—时间图象



乙 每两个位置间的位移，近似等于以 $\frac{1}{5}t$ 为底、以速度为高的细高矩形的面积。矩形面积之和，可以粗略地表示整个运动过程的位移。



丙 如果各位置的时间间隔小一些，这些矩形面积之和就能比较精确地代表整个运动的位移。



丁 如果时间分得非常细，小矩形就会非常多，它们的面积就等于 CB 斜线下梯形的面积，也就是整个运动的位移。

位移等于 $v-t$ 直线下面的面积

2、位移公式推导

梯形OABC面积代表位移

$$S = \frac{(\overline{OC} + \overline{AB}) \times \overline{OA}}{2} = \frac{[v_0 + v_t]t}{2} = \frac{[v_0 + v_0 + at]t}{2}$$

$$\therefore S = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

注意：①公式只适用于a=恒量的匀变速运动。

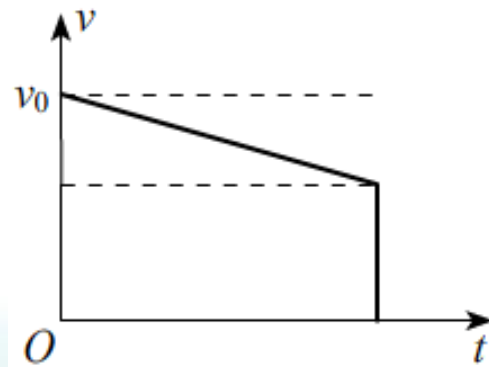
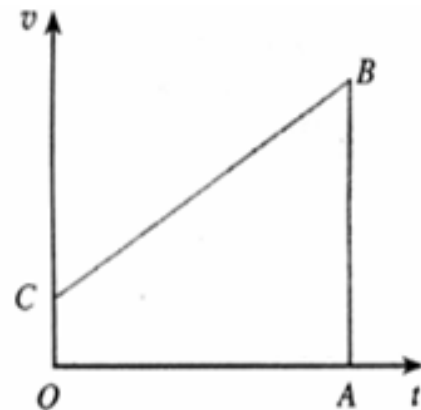
②公式为矢量式

即为位移公式，而不是路程公式，应注意各量的矢量符号。

$v_0 > 0$, $a > 0$, 匀加速运动

$v_0 > 0$, $a < 0$, 匀减速运动

$$S = v_0 t - \frac{1}{2} at^2$$



三、典型分析

例1、汽车以 12m/s 的速度匀速向十字街口行驶，司机看见红灯亮了，立刻以 4m/s^2 的加速度减速刹车，开始时车距停车线还有 17.5m ，问刹车 4s 末，汽车是否越过了停车线？

解析：已知 $v_0=12\text{m/s}$ ， $a=4\text{m/s}^2$ ， $s_0=17.5\text{m}$ ， $t=4\text{s}$

依 $S = v_0t - \frac{1}{2}at^2 = 12 \times 4 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4^2 = 16(\text{m}) < s_0$ 未越过

其实上述解法错误，车减速至零历时 t_0

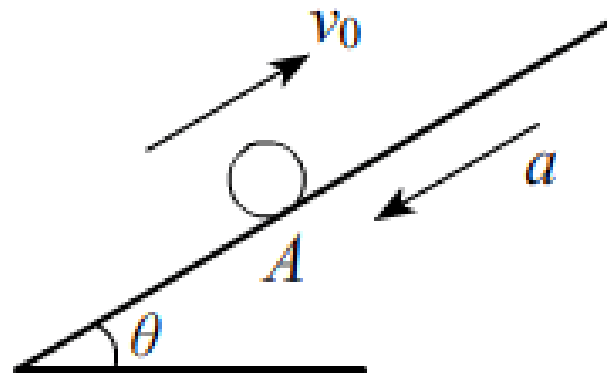
由 $v_t = 0 = v_0 - at_0$ $t_0 = \frac{v_0}{a} = 3\text{s}$

再依 $s = v_0t_0 - \frac{1}{2}at_0^2 = 18\text{m} > s_0$ 越线了

点评：汽车减速时间不是任意的，具体问题应具体分析。

变式1：上题所有数据不变，将小球代替汽车，若小球沿光滑斜面减速上滑，求：

- (1) $t_1=4\text{s}$ 末位移与速度；
- (2) $t_2=5\text{s}$ 末位移与速度；
- (3) $t_3=8\text{s}$ 末位移与速度；



解： (1) $s_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 = 12 \times 4 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4^2 = 16\text{m}$ ，在A点上方

$v_1 = v_0 - a t_1 = 12 - 4 \times 4 = -4\text{m/s}$ 沿斜面向下

(2) $s_2 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2 = 12 \times 6 - \frac{1}{2} \times 4 \times 6^2 = 0$

$v_2 = v_0 - a t_2 = 12 - 4 \times 6 = -12\text{m/s}$

回到出发点，速度与初速等值反向。

(3) $s_3 = v_0 t_3 - \frac{1}{2} a t_3^2 = 12 \times 8 - \frac{1}{2} \times 4 \times 8^2 = -32\text{m}$

可见： $s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$ ，是位移公式而不是路程公式。

$v_t = v_0 - a t$ 为矢量式，矢量符号均有意义。

例2、正以 $v=30\text{m/s}$ 的速度运行的列车，接到前方小站的请求：在该小站停靠 1min 接一个重病人上车，司机决定以加速度 $a_1=-0.6\text{m/s}^2$ 匀减速运动到小站，停车 1min 后以 $a_2=1\text{m/s}^2$ 匀加速运动，恢复原来的速度行驶，试问由于临时停车共耽误了多少时间？

解析：列车经历三个阶段，减速、停靠、

加速至原速，先确定三阶段总耗时，再与直接通过相等位移的时间比较便可知耽误时间。

$$\text{因进站减速时间 } t_1 = \frac{v_t - v_0}{a_1} = \frac{0 - 30}{-0.6} = 50\text{s}$$

$$\text{位移 } x_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = 30 \times 50 - \frac{1}{2} \times 0.6 \times 50^2 = 750\text{m}$$

$$\text{因出站加速时间 } t_2 = \frac{v_0 - 0}{a_2} = \frac{30 - 0}{1} = 30\text{s}$$

$$\text{位移 } x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 30^2 = 450\text{m}$$

$$\text{共历时 } t = t_1 + t_2 + t_0 = 50 + 30 + 60 = 140\text{s}$$

$$\text{若直接通过历时 } t' = \frac{x_1 + x_2}{v_0} = 40\text{s}$$

$$\text{耽误 } \Delta t = t - t' = 100\text{s}$$



例3、为了打击贩毒，我边防民警在各交通要道

上布下天罗地网。某日，一辆运毒汽车高速驶近某检查站，警方示意停车，毒贩见势不妙，高速闯来。由于原来车速已很高，发动机早已工作在最大功率状态，此车闯卡后在平直公路上的运动可近似看做匀速直线运动，它的位移可用式子 $x_1=40t$ 来描述，运毒车过卡的同时，原来停在旁边的大功率警车立即起劲追赶。警车从起劲到追上毒贩的运动可看做匀加速直线运动，其位移可用式子 $x_2=2t^2$ 来描述，请回答：

(1) 毒贩逃跑时的速度是_____m/s，警车追赶毒贩时的加速度是_____m/s²，警车在离检查站_____m处追上毒贩。

(2) 在追赶过程中，哪一时刻警车与毒贩车子的距离最远？相距多远？



解析：本题为两车的追击问题，运毒车

$x_1 = 40t$ ，可知其速度 $v_1 = 40\text{m/s}$ ，警车 $x_2 = 2t^2$ 可知 $a = 4\text{m/s}^2$ ， $v_0 = 0$ 。

(1) 由于追上，故两车位移相等，设经过 t_0 追上。

$$\text{由 } v_1 t_0 = \frac{1}{2} a t_0^2, t_0 = \frac{2v_1}{a} = \frac{2 \times 40}{4} = 20\text{s}.$$

$$\therefore x = v_1 t_0 = 40 \times 20 = 800\text{m}$$

(2) 设经过 t 两车相隔最远

$$\begin{aligned} \therefore \Delta x &= v_1 t - \frac{1}{2} a t^2 = 40t - 2t^2 = -2[t^2 - 20t] \\ &= -2[(t^2 - 20t + 100)] + 200 = -2(t-10)^2 + 200 \end{aligned}$$

当 $t = 10\text{s}$ 时， $\Delta x = \Delta x_m = 200\text{m}$

方法二：开始一段时间警车速度小于运毒车之速，故间距逐渐拉开，当警车之速增至与毒车之速相等时，间距拉得最大。

故当两车速度相等时间距最大。

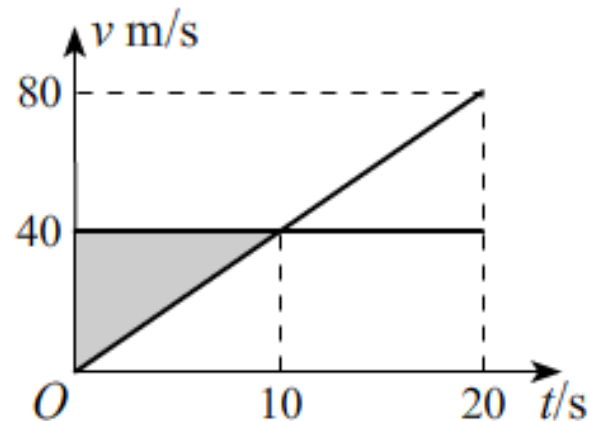
由 $v_t = at = v_1, t = 10\text{s}$

$$\Delta x_m = v_1 t - \frac{1}{2} at^2 = 40 \times 10 - \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 = 200\text{m}$$

方法三：图像法

由 $v-t$ 图线知

$$\Delta x = S_{\text{阴影}} = 200\text{m}$$



思考：汽车以 20m/s 的速度做匀速直线运动，刹车后的加速度大小为 5m/s^2 ，那么开始刹车后 2s 与开始刹车后 6s 汽车通过的位移之比为（ ）

A. 1 : 1

B. 3 : 1

C. 3 : 4

D. 4 : 3



解： 减速时间

$$t_0 = \frac{v_0}{a} = 4\text{s}$$

$$S_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 = 20 \times 2 - \frac{1}{2} \times 5 \times 2^2 = 30\text{m}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} a t_2^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 4^2 = 40\text{m}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{4}$$

答案： C

课后练习:

1、物体的位移随时间变化的函数关系是 $x=(4t+2t^2)\text{m}$ ，则它运动的初速度、加速度分别是（ ）

A. 0, 4m/s^2

B. 4m/s , 2m/s^2

C. 4m/s , 1m/s^2

D. 4m/s , 4m/s^2

2、物体从静止做匀加速直线运动，第3s内通过的位移是3m，则（ ）

- A. 第3s内平均速度是3m/s
- B. 物体的加速度是 1.2m/s^2
- C. 前3s内的位移是6
- D. 3s末的速度是3.6m/s

3、汽车由静止开始做匀加速直线运动，经过10s速度达到5m/s，则在这10s内（ ）

- A. 汽车的平均速度是0.5m/s
- B. 汽车的平均速度是2.5m/s
- C. 汽车的平均速度是5m/s
- D. 汽车的位移是50m



黄冈学习网
www.hgxxw.net