



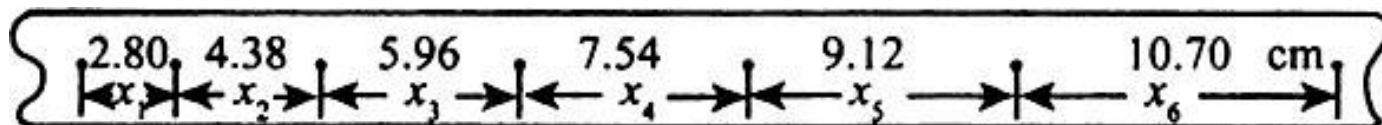
黄冈学习网
www.hgxxw.net

匀变速直线运动规律的应用 (二)

一、位移差法

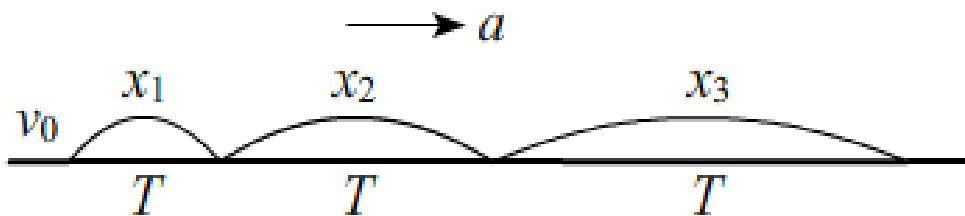
匀变速直线运动中，在连续相等的时间 T 内的位移之差为一恒量，即 $\Delta x = x_{n+1} - x_n = aT^2$ 。在一般的匀变速直线运动问题中，若已知条件中出现相等的时间间隔问题，应优先考虑用 $\Delta x = aT^2$ 求解。

(1) 应用一：根据在连续相等的时间 t 内的位移之差是否相等判断是否做匀变速直线运动。如根据下图纸带中 $\Delta x = 1.58\text{cm}$ ，可知与纸带相连的物体做匀加速直线运动。



(2) 应用二：已知匀变速直线运动，根据在相等的时间 T 内的位移之差，求解加速度或时间，从而求解问题。

证明:



$$x_1 = v_0 T + \frac{1}{2} a T^2$$

$$x_1 + x_2 = v_0 2T + \frac{1}{2} a (2T)^2$$

$$\therefore x_2 - x_1 = a T^2$$

同理

$$x_n - x_{n-1} = a T^2$$

应用一中纸带的运动便知为匀加速运动。

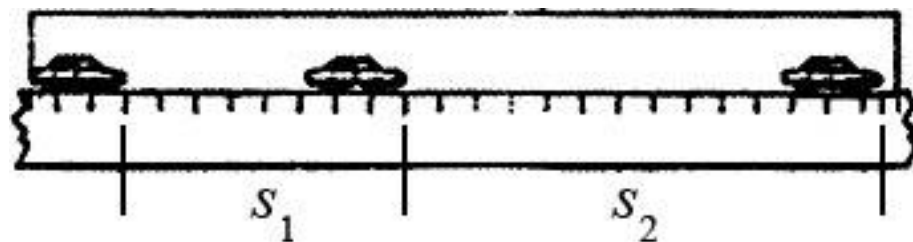
例1、为了测定某辆轿车在平直路上运动时的加速度（轿车启动时的运动可以近似看做匀加速运动），某人拍摄了一张在同一底片上多次曝光的照片（如图所示），如果拍摄时每隔2s曝光一次，轿车车身总长为4.5m，那么这辆轿车的加速度约为（ ）

A. 1m/s^2

B. 2m/s^2

C. 3m/s^2

D. 4m/s^2



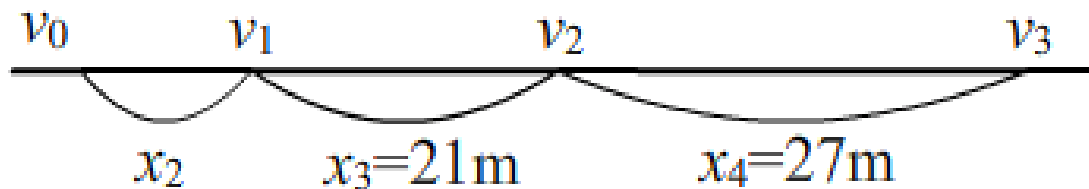
解：由于轿车做匀加速运动，连续相等时间内位移之差应为恒量， $T=2s$ ，车长3格，由等比例关系知 $=\frac{3\text{格}}{4.5}=\frac{8\text{格}}{s_1}=\frac{13.5\text{格}}{s_2}$

\therefore 前2s车行 $S_1=12m$ ，后2s车行 $s_2=20.25m$ ，

由 $\Delta s=s_2-s_1=aT^2$ ， $a=\frac{s_2-s_1}{T^2}=2m/s^2$

选项B正确。

例2、做匀加速直线运动的物体，从某时刻起，在第3s内和第4s内的位移分别是21m和27m，求加速度和“开始计时”时的速度。（多种方法）





方法一：基本公式法

$$\text{设初速为 } v_0, \text{ 2s末 } x_2 = v_0 \times 2 + \frac{1}{2}a \times 2^2$$

$$\text{3s末 } x_2 = v_0 \times 3 + \frac{1}{2}a \times 3^2$$

$$\text{4s末 } x_2 = v_0 \times 4 + \frac{1}{2}a \times 4^2$$

$$\text{第3s内 } \Delta x_3 = x_3 - x_2 = v_0 + \frac{5}{2}a = 21 \quad \text{①}$$

$$\text{第4s内 } \Delta x_4 = v_0 + \frac{7}{2}a = 27 \quad \text{②}$$

$$\text{由①②知 } a = 6\text{m/s}^2 \quad v_0 = 6\text{m/s}$$

方法二：位移差法

$$27 - 21 = aT^2 \quad T = 1s \quad \therefore a = 6\text{m/s}^2$$

$$\bar{v} = \frac{x_3 + x_4}{2T} = \frac{21 + 27}{2 \times 1} = 24\text{m/s} = v_2$$

$$\text{而 } v_2 = v_0 + a \times 3$$

$$\therefore v_0 = v_2 - a \times 3 = 24 - 18 = 6\text{m/s}$$

二、比例法

对于初速度为零的匀加速直线运动与末速度为零的匀减速直线运动，可利用初速度为零的匀加速直线运动的比例关系求解，往往事半功倍。

初速度为零的匀加速直线运动过程满足下列比例关系：

(1) $1t$ 末、 $2t$ 末、 $3t$ 末、...、 nt 末的瞬时速度之比为 $v_1 : v_2 : v_3 : \dots : v_n = 1 : 2 : 3 : \dots : n$ 。

由 $v_t = at \propto t$ 易证明

(2) 前 $1t$ 、前 $2t$ 、前 $3t$ 、...、前 nt 时间内的位移之比为 $x_{1t} : x_{2t} : x_{3t} : \dots : x_{nt} = 1 : 4 : 9 : \dots : n^2$ 。（注意是零点起的不同时刻的位移之比）

由 $x = \frac{1}{2}at^2 \propto t^2$ 易证明

(3) 第一个 t 、第二个 t 、第三个 t 、...、第 N 个 t 连续相等时间内的位移之比为 $x_I : x_{II} : x_{III} : \dots : x_N = 1 : 3 : 5 : \dots : (2n-1)$ 。(注意是等时间位移之比)



$$x_1 = \frac{1}{2}aT^2, x_2 = \frac{3}{2}aT^2, x_3 = \frac{5}{2}aT^2$$

$$\therefore x_1 : x_2 : x_3 : \dots = 1 : 3 : 5 : \dots$$

(4) 通过第一个x、第二个x、第三个x...第N个x，连续相等位移所用时间之比为 $t_I : t_{II} : t_{III} : \cdots : t_N = 1 : (\sqrt{2} - 1) : (\sqrt{3} - \sqrt{2}) : \cdots : (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$ 。(等位移内时间之比)

$$x = \frac{1}{2}at_1^2 \quad \text{①}$$

$$2x = \frac{1}{2}a(t_1 + t_2)^2 \quad \text{②}$$

$$\text{①}/\text{②} \quad \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{t_1}{t_1 + t_2} \quad \therefore t_1 : t_2 = 1 : (\sqrt{2} - 1)$$





例3、一列车从车站由静止出发做匀加速直线运动，一客人站在列车前端，记下第一节车厢驶过其旁历时 t_0 ，则第八节车厢驶过其旁需要多长时间？

解析：公式法。设每节车厢长 L ，加速度为 a ，

$$L = \frac{1}{2}at_0^2, 8L = \frac{1}{2}at_8^2, 7L = \frac{1}{2}at_7^2$$

$$\therefore t_8 - t_7 = \Delta t_8 = (\sqrt{8} - \sqrt{7})t_0$$

比例法

$$\frac{t_0}{\Delta t_8} = \frac{1}{\sqrt{8} - \sqrt{7}}, \quad \text{求得} \Delta t_8$$

例4、某车站每隔相等时间发出一辆车，每车都做初速为零的匀加速直线运动，第一辆离站320m时第五辆车刚出发，求各辆车间距。



解析：依题意，每辆车做 $v_0=0$ 匀加速直线运动，

时间间隔相同（设为 t ）

$$S_1 = \frac{1}{2}a(4t)^2 \quad S_2 = \frac{1}{2}a(3t)^2$$

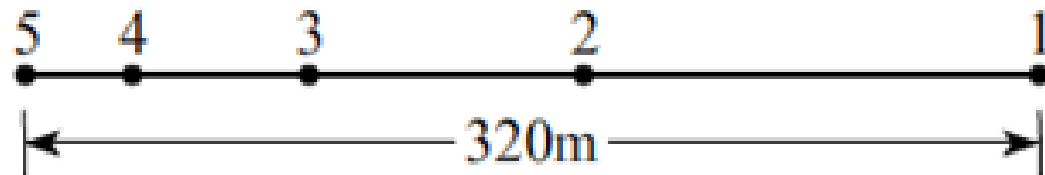
$$S_3 = \frac{1}{2}a(2t)^2 \quad S_4 = \frac{1}{2}at^2$$

可见 $S_4 = \frac{1}{2}at^2$

$$\Delta S_3 = S_3 - S_4 = 3S_4$$

$$\Delta S_2 = S_2 - S_3 = 5S_4$$

$$\Delta S_1 = S_1 - S_2 = 7S_4$$





$$S_4 + 3S_4 + 5S_4 + 7S_4 = 320$$

$$\Delta S_3 = 60\text{m} \quad \Delta S_2 = 100\text{m}$$

若用比例法就简便多了。

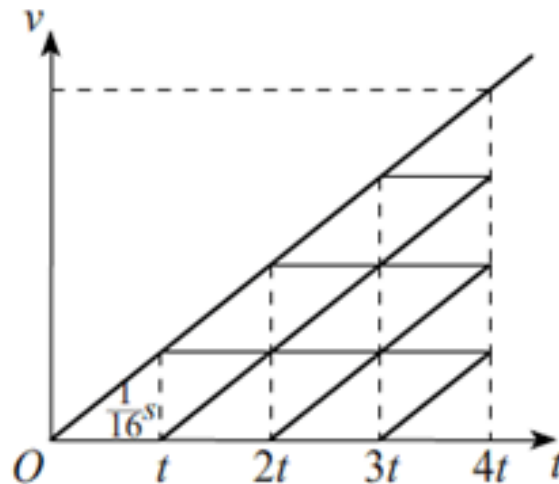
$$\Delta S_4 = \frac{1}{1+3+5+7} S = \frac{1}{16} S$$

$$\Delta S_3 = \frac{3}{16} S \quad \Delta S_2 = \frac{5}{16} S$$

若用图象法更直观。

$$S_4 = \frac{1}{16} \times 320 = 20\text{m}$$

$$\Delta S_1 = 140\text{m}$$



$$\Delta S_1 = \frac{7}{16} S$$

课后练习:

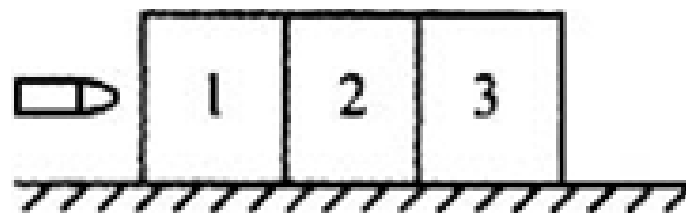
1、如图所示，在水平面上固定着三个完全相同的木块，一子弹以水平速度射入木块，若子弹在木块中做匀减速直线运动，当穿透第三个木块时速度恰好为零，则子弹依次射入每个木块时的速度比和穿过每个木块所用时间比分别为（ ）

A. $v_1 : v_2 : v_3 = 3 : 2 : 1$

B. $v_1 : v_2 : v_3 = \sqrt{5} : \sqrt{3} : 1$

C. $t_1 : t_2 : t_3 = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$

D. $t_1 : t_2 : t_3 = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) : (\sqrt{2} - 1) : 1$





2、一个质点正在做匀加速直线运动，现用固定的照相机对该质点进行闪光照相，闪光时间间隔为1s。分析照片得到的数据，发现质点在第1次、第2次闪光的时间间隔内移动了2m，在第3次、第4次闪光的时间间隔内移动了8m，由此不可求出（ ）

- A. 第1次闪光时质点的速度
- B. 质点运动的加速度
- C. 从第2次闪光到第3次闪光这段时间内质点的位移
- D. 质点运动的初速度

3、一辆公共汽车进站后开始刹车，做匀减速直线运动.开始刹车后的第1s内和第2s内位移大小依次为9m和7m。则刹车后6s内的位移是（ ）

A. 20m

B. 24m

C. 25m

D. 75m



黄冈学习网
www.hgxxw.net