

三角函数的定义

同角三角函数关系与诱导公式



定义	任意角 α 的终边与单位圆交于点 $P(x, y)$ 时, $\sin \alpha = y, \cos \alpha = x, \tan \alpha = \frac{y}{x}.$
同角三角函数关系	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha.$
诱导公式	$360^\circ \pm \alpha, 180^\circ \pm \alpha, -\alpha, 90^\circ \pm \alpha, 270^\circ \pm \alpha$, “奇变偶不变, 符号看象限”.

例1、已知 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的偶函数，对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+2) = f(x)$ ，且在 $[-3, -2]$ 上 $f(x)$ 是减函数，若 α, β 是锐角三角形的两个内角，则（ ）

A. $f(\cos\alpha) > f(\cos\beta)$

B. $f(\cos\alpha) > f(\sin\beta)$

C. $f(\sin\alpha) < f(\sin\beta)$

D. $f(\cos\alpha) < f(\sin\beta)$

例2. 设函数 $f(x)=\cos(\sin x)$ 与 $g(x)=\sin(\cos x)$, 有下列四个结论:

① $f(x)$ 与 $g(x)$ 都是偶函数

② $f(x)$ 的值域是 $[\cos 1, 1]$, $g(x)$ 的值域是 $[-\sin 1, \sin 1]$

③ $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域都是 $[-1, 1]$

④ $f(x)$ 与 $g(x)$ 都是周期函数

则以上结论中正确的是_____.



黄冈学习网
www.hgxxw.net

例3. 若 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) + m$,

对任意实数 t 都有 $f(\frac{\pi}{8} + t) = f(\frac{\pi}{8} - t)$, 且 $f(\frac{\pi}{8}) = -3$, 则实数 m 的值等于 ()

A. -1

B. ± 5

C. -5 或 -1

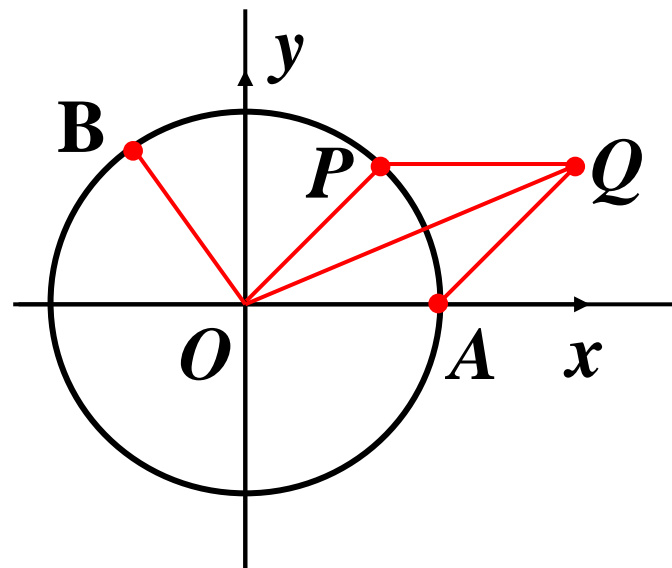
D. 5 或 1

例4. 如图, A是单位圆与x轴正半轴的交点, 点B、P在单位圆上, 且

$$B\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right), \angle AOB = \alpha, \angle AOP = \theta (0 < \theta < \pi), \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP},$$

四边形OAQP的面积为S.

(I) 求 $\cos\alpha + \sin\alpha$;

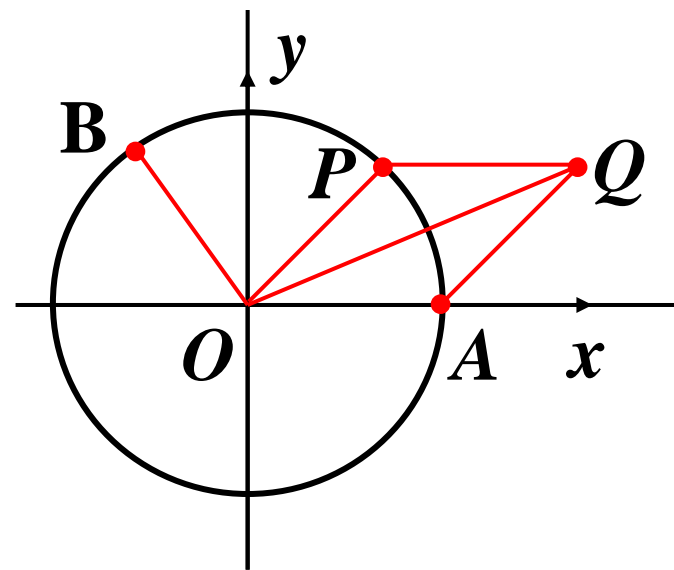


例4. 如图, A 是单位圆与 x 轴正半轴的交点, 点 B 、 P 在单位圆上, 且

$$B\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right), \angle AOB = \alpha, \angle AOP = \theta (0 < \theta < \pi), \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP},$$

四边形 $OAQP$ 的面积为 S .

(II) 求 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OQ} + S$ 的最大值及此时 θ 的值 θ_0 .





黄冈学习网
www.hgxxw.net