

# 数列型不等式

(1)

例 1、设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项的和  $S_n = \frac{4}{3}a_n - \frac{1}{3} \times 2^{n+1} + \frac{2}{3}$ ,

$n = 1, 2, 3, \dots$ . 设  $T_n = \frac{2^n}{S_n}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , 证明:  $\sum_{i=1}^n T_i < \frac{3}{2}$ .



黄冈学习网  
[www.hgxxw.net](http://www.hgxxw.net)



例 2、已知数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  满足  $a_1 = 2, a_n - 1 = a_n(a_{n+1} - 1)$ ,

$b_n = a_n - 1$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $T_n = S_{2n} - S_n$ ;

(I) 求证:  $T_{n+1} > T_n$ ;



黄冈学习网  
[www.hgxxw.net](http://www.hgxxw.net)



例 2、已知数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  满足  $a_1 = 2, a_n - 1 = a_n(a_{n+1} - 1)$ ,

$b_n = a_n - 1$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $T_n = S_{2n} - S_n$ ;

(II) 求证: 当  $n \geq 2$  时,  $S_{2^n} \geq \frac{7n+11}{12}$ .



黄冈学习网  
[www.hgxxw.net](http://www.hgxxw.net)

例 3、已知数列  $\{a_n\}$  的首项为  $a_1 = 3$ , 点  $(a_n, a_{n+1})$  在直线

$3x - y = 0 (n \in \mathbf{N}^*)$  上. 若  $c_n = \log_3 a_n^3 - 2 (n \in \mathbf{N}^*)$ ,

证明对任意的  $n \in \mathbf{N}^*$ , 不等式  $(1 + \frac{1}{c_1})(1 + \frac{1}{c_2}) \cdots (1 + \frac{1}{c_n}) > \sqrt[3]{3n+1}$  恒成立.





黄冈学习网  
[www.hgxxw.net](http://www.hgxxw.net)



黄冈学习网  
www.hgxxw.net

