

数列型不等式

(2)



例 1、 已知数列 $\{x_n\}$ 满足, $x_1 = \frac{1}{2}, x_{n+1} = \frac{1}{1+x_n}, n \in \mathbf{N}^*$,

证明: $|x_{n+1} - x_n| \leq \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$.



黄冈学习网
www.hgxxw.net

例 2、已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，且满足

$$a_1 = 2, \frac{a_{n+1} - 1}{a_n - 1} = \frac{2a_n}{a_{n+1}} (n \in N^*), \text{ 记 } b_n = a_n^2 - a_n, \text{ 数列 } \{b_n\} \text{ 的}$$

前 n 项和为 x_n ，且 $f(x_n) = \frac{1}{2}x_n$ 。

(I) 求数列 $\{b_n\}$ 和 $\{a_n\}$ 的通项公式；

例 2、已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，且满足

$$a_1 = 2, \frac{a_{n+1} - 1}{a_n - 1} = \frac{2a_n}{a_{n+1}} (n \in N^*), \text{ 记 } b_n = a_n^2 - a_n, \text{ 数列 } \{b_n\} \text{ 的}$$

前 n 项和为 x_n ，且 $f(x_n) = \frac{1}{2}x_n$ 。

(II) 求证：
$$\frac{n-1}{2} < \frac{f(x_1)}{f(x_2)} + \frac{f(x_2)}{f(x_3)} + \cdots + \frac{f(x_n)}{f(x_{n+1})} < \frac{n}{2} (n \in N^*).$$



黄冈学习网
www.hgxxw.net

例 3、已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1=1$, 且满足

下列条件: ① $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $a_n \neq 0$; ②点 $P_n(a_n, S_n)$ 在函数 $f(x) = \frac{x^2+x}{2}$ 的图像上.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n 及前 n 项和 S_n ;



黄冈学习网
www.hgxxw.net

例 3、已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1=1$, 且满足

下列条件: ① $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $a_n \neq 0$; ② 点 $P_n(a_n, S_n)$ 在函数 $f(x) = \frac{x^2+x}{2}$ 的图像上.

(2) 求证: $0 \leq |P_{n+1}P_{n+2}| - |P_nP_{n+1}| < 1$.



黄冈学习网
www.hgxxw.net