

# 正弦定理与余弦定理

(1)



正弦定理	定理	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 。	射影定理： $a = b \cos C + c \cos B$ $b = a \cos C + c \cos A$ $c = a \cos B + b \cos A$
	变形	$a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C$ ( $R$ 是外接圆半径)。	
	类型	三角形两边和一边对角、三角形两角与一边。	
余弦定理	定理	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B,$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 。	
	变形	$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{(b+c)^2 - a^2}{2bc} - 1$ 等。	
	类型	两边及一角 (一角为夹角时直接使用、一角为一边对角时列方程)、三边。	



面积公式	基本公式	$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B。$	
	导出公式	$S = \frac{abc}{4R}$ ( $R$ 是外接圆半径); $S = \frac{1}{2}(a+b+c)r$ ( $r$ 是内切圆半径)。	
实际应用	基本思想	把要求解的量归入到可解三角形中。在实际问题中, 往往涉及到多个三角形, 只要根据已知逐次把求解目标归入到一个可解三角形中。	
	常用术语	仰角	视线在水平线以上时, 在视线所在的垂直平面内, 视线与水平线所成的角。
		俯角	视线在水平线以下时, 在视线所在的垂直平面内, 视线与水平线所成的角。
		方向角	方向角一般是指以观测者的位置为中心, 将正北或正南方向作为起始方向旋转到目标的方向线所成的角 (一般是锐角, 如北偏西 $30^\circ$ )。
	方位角	某点的指北方向线起, 依顺时针方向到目标方向线之间的水平夹角。	



例1. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = \frac{\pi}{3}$ ,  $b = 2$ ,  $S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{3}$ ,

则  $\frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C}$  的值为 ( )

- A.  $4\sqrt{7}$       B.  $\frac{4\sqrt{57}}{3}$       C.  $\frac{4\sqrt{39}}{3}$       D.  $\frac{4\sqrt{21}}{3}$



黄冈学习网  
[www.hgxxw.net](http://www.hgxxw.net)

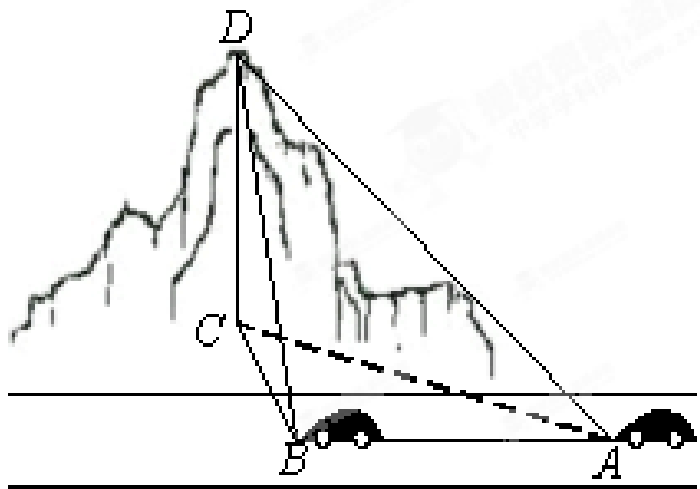


例2. (北京卷) 在 $\triangle ABC$ 中,  $a=4$ ,  $b=5$ ,  $c=6$ , 则

$$\frac{\sin 2A}{\sin C} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



例3. (湖北卷) 如图, 一辆汽车在一条水平的公路上向正西行驶, 到A处时测得公路北侧一山顶D在西偏北 $30^\circ$ 的方向上, 行驶600m后到达B处, 测得此山顶在西偏北 $75^\circ$ 的方向上, 仰角为 $30^\circ$ , 则此山的高度 $CD =$  \_\_\_\_\_ m.





黄冈学习网  
[www.hgxxw.net](http://www.hgxxw.net)





例4. (新课标1卷) 在平面四边形 $ABCD$ 中,  
 $\angle A = \angle B = \angle C = 75^\circ$ ,  $BC = 2$ , 则 $AB$ 的取  
值范围是\_\_\_\_\_.



黄冈学习网  
[www.hgxxw.net](http://www.hgxxw.net)

例5. (江苏卷) 若 $\triangle ABC$ 的内角满足  
 $\sin A + \sqrt{2} \sin B = 2 \sin C$  , 则 $\cos C$ 的最  
小值是\_\_\_\_\_.



例6. (全国1卷) 已知 $a, b, c$ 分别为  
 $\triangle ABC$ 三个内角 $A, B, C$ 的对边,  $a=2$ ,  
且 $(2+b)(\sin A - \sin B) = (c-b)\sin C$ ,  
则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为\_\_\_\_\_.



黄冈学习网  
[www.hgxxw.net](http://www.hgxxw.net)