



黄冈学习网
www.hgxxw.net

导数中参数的取值范围问题

学习目标

1. 能用导数的几何意义解决曲线的切线有关的参数问题。
2. 能用导数研究函数的性质，结合转化与化归、数形结合、分类讨论等数学思想解决函数中参数的取值范围问题。

基本题型

利用导数解决参数问题主要涉及以下方面:

(1) 已知曲线的切线问题, 求参数的取值范围: 一般由导数的几何意义构造函数转化为函数的值域问题求解.

(2) 已知不等式在某一区间上恒成立, 求参数的取值范围: 一般先分离参数, 再转化为求函数在给定区间上的最值问题求解.

(3) 已知函数的单调性求参数的取值范围: 转化为 $f'(x) \geq 0$ (或 $f'(x) \leq 0$) 恒成立的问题.

(4) 已知函数的零点个数求参数的取值范围: 利用函数的单调性、极值画出函数的大致图像, 数形结合求解.

要点一 已知曲线的切线问题，求参数的取值范围

例1、已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4\ln x$ ，若存在满足 $1 \leq x_0 \leq 3$ 的实数 x_0 ，使得曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线与直线 $x + my - 10 = 0$ 垂直，则实数 m 的取值范围是()

A . $[5, +\infty)$

B . $[4, 5]$

C . $[4, \frac{13}{3}]$

D . $(-\infty, 4)$

【思考归纳】



黄冈学习网
www.hgxxw.net

- 涉及曲线的切线问题，常利用导数的几何意义，在切点处的导数值即为切线的斜率，从而构造函数转化为求函数的值域问题。



要点二：已知不等式在某一区间上恒成立，

求参数的取值范围

例2、已知函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ ， $g(x) = e^x(cx + d)$ ，若曲线 $y=f(x)$ 和曲线 $y=g(x)$ 都过点 $P(0, 2)$ ，且在点 P 处有相同的切线 $y=4x + 2$ 。

(I) 求 a, b, c, d 的值.



例2、已知函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ **，** $g(x) = e^x(cx + d)$ **，**
若曲线 $y=f(x)$ **和曲线** $y=g(x)$ **都过点** $P(0, 2)$ **，且在**
点 P **处有相同的切线** $y=4x + 2$ **。**

(II)若 $x \geq -2$ **时，** $f(x) \leq kg(x)$ **，求** k **的取值范围。**



黄冈学习网
www.hgxxw.net

【思考归纳】



- **【思考归纳】两招破解不等式的恒成立问题**
- **1. 分离参数法**
- **第一步：将原不等式分离参数，转化为不含参数的函数的最值问题；**
- **第二步：利用导数求该函数的最值；**
- **第三步：根据要求得所求范围。**
- **2. 函数思想法**
- **第一步：将不等式转化为含待求参数的函数的最值问题；**
- **第二步：利用导数求该函数的极值(最值)；**
- **第三步：构建不等式求解。**



要点三：已知函数的单调性，求参数的取值范围

例3、已知函数 $f(x) = mx^3 + nx^2$ 的图象在点 $(-1, 2)$ 处的切线恰好与直线 $3x + y = 0$ 平行，若 $f(x)$ 在区间 $[t, t + 1]$ 上单调递减，则实数 t 的取值范围是_____。

例4、已知函数 $f(x) = \ln x + mx^2 (m \in \mathbb{R})$,



若 A, B 是函数 $f(x)$ 图像上不同的两点, 且直线 AB 的斜率恒大于1, 求实数 m 的取值范围.



黄冈学习网
www.hgxxw.net

【思考归纳】



黄冈学习网
www.hgxxw.net

- 已知函数单调性，求参数范围的两个方法
- (1) 利用集合间的包含关系处理： $y=f(x)$ 在 (a, b) 上单调，则区间 (a, b) 是相应单调区间的子集.
- (2) 转化为不等式的恒成立问题：即“若函数单调递增，则 $f'(x) \geq 0$ ；若函数单调递减，则 $f'(x) \leq 0$ ”来求解.

课后练习



1. 设 P 为曲线 $C : f(x) = x^2 - x + 1$ 上的点, 曲线 C 在点 P 处的切线斜率的取值范围是 $[-1, 3]$, 则点 P 的纵坐标的取值范围是_____.

2. 若函数 $f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 3x^2 + 1 & (x \leq 0) \\ e^{ax} & (x > 0) \end{cases}$, 在 $[-2, 2]$ 上的最大值为 2 , 则 a 的取值范围是()

A . $[\frac{1}{2} \ln 2, +\infty)$

B . $[0, \frac{1}{2} \ln 2]$

C . $(-\infty, 0]$

D . $(-\infty, \frac{1}{2} \ln 2]$

3. 当 $x \in [-2, 1]$ 时, 不等式 $ax^3 - x^2 + 4x + 3 \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是()

A . $[-5, -3]$

B . $[-6, -\frac{9}{8}]$

C . $[-6, -2]$

D . $[-4, -3]$

4 . 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, 若 $f(x)$ 在区间 $(-1, 0)$ 上单调递减 , 则 $a^2 + b^2$ 的取值范围是() .

A. $[\frac{9}{4}, +\infty)$

B. $(0, \frac{9}{4}]$

C. $[\frac{9}{5}, +\infty)$

D. $(0, \frac{9}{5}]$

5 . 已知函数 $f(x) = \ln x - a^2x^2 + ax (a \in \mathbb{R})$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上是减函数 , 则实数 a 的取值范围是_____ .

6. 设函数 $f(x) = \ln x - p(x - 1)$, $p \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $p = 1$ 时 , 求函数 $f(x)$ 的单调区间 ;

(2) 设函数 $g(x) = xf(x) + p(2x^2 - x - 1)$, 对任意 $x \geq 1$ 都有 $g(x) \leq 0$ 成立 , 求 p 的取值范围 .



黄冈学习网
www.hgxxw.net