



黄冈学习网
www.hgxxw.net

对数与对数函数

考点梳理

1. 对数的定义

如果_____，那么数b叫做以a为底N的对数，记作_____，其中_____叫做对数的底数，_____叫做真数。

2. 对数的性质与运算法则

(1)对数的性质(a>0且a≠1)

① $a^{\log_a N} = \underline{\hspace{2cm}}$;

② $\log_a 1 = \underline{\hspace{2cm}}$;

③ $\log_a a^N = \underline{\hspace{2cm}}$;

④ $\log_a a = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2)对数的重要公式

①换底公式： $\log_a N =$ _____ (a, c均大于零且不等于1)；

② $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, 推广 $\log_a b \log_b c \log_c d =$ _____.

(3)对数的运算法则

如果 $a>0$ 且 $a\neq 1$, $M>0$, $N>0$, 那么

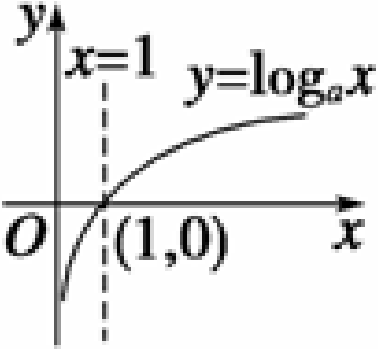
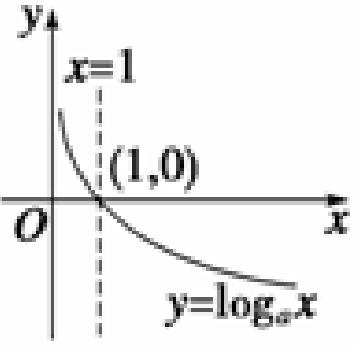
① $\log_a (MN) =$ _____ ;

② $\log_a \frac{M}{N} =$ _____ ;

③ $\log_a M^n =$ _____ ($n \in \mathbf{R}$) ;

④ $\log_{a^m} M^n = \frac{n}{m} \log_a M$

3. 对数函数的图象与性质

	$a > 1$	$0 < a < 1$
图 象		
性 质	(1) 定义域: _____	
	(2) 值域: _____	
	(3) 过点 _____, 即 $x =$ _____ 时, $y =$ _____	
	(4) 当 $x > 1$ 时, _____; 当 $0 < x < 1$ 时, _____	(5) 当 $x > 1$ 时, _____; 当 $0 < x < 1$ 时, _____
	(6) 是 $(0, +\infty)$ 上的 _____ 函数	(7) 是 $(0, +\infty)$ 上的 _____ 函数

4.反函数

指数函数 $y = a^x$ 与对数函数_____互为反函数，它们的图象关于直线_____对称。

重点精讲

题型一 对数式的化简与求值

例1、(1)
$$\frac{(1 - \log_6 3)^2 + \log_6 2 \cdot \log_6 18}{\log_6 4}$$

(2) $(\log_3 2 + \log_9 2) (\log_4 3 + \log_8 3) .$

(3) 已知 $2\lg \frac{x-y}{2} = \lg x + \lg y$, 则 $\log_{(3-2\sqrt{2})} \frac{x}{y} =$



黄冈学习网
www.hgxxw.net

_____.

【思考归纳】



- 对数式的化简与求值的常用思路
- (1)先利用幂的运算把底数或真数进行变形，化成分数指数幂的形式，使幂的底数最简，然后正用对数运算法则化简合并.
- (2)先将对数式化为同底数对数的和、差、倍数运算，然后逆用对数的运算法则，转化为同底对数真数的积、商、幂再运算.



题型二 对数值的大小比较

例2—1、比较下列各组数的大小 .

(1) $\log_3 \frac{2}{3}$ 与 $\log_5 \frac{6}{5}$;

(2) $\log_{1.1} 0.7$ 与 $\log_{1.2} 0.7$;

(3) 已知 $\log_{\frac{1}{2}} b < \log_{\frac{1}{2}} a < \log_{\frac{1}{2}} c$, 比较 2^b , 2^a , 2^c 的大小关系 .

例2—2、已知 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的偶函数，且在 $(-\infty, 0]$ 上是增函数，设 $a=f(\log_4 7)$ ，



$b = f(\log_{\frac{1}{2}} 3)$, $c = f(0.2^{-0.6})$, 则 a, b, c 的大小关系是()

A . $c < a < b$

B . $c < b < a$

C . $b < c < a$

D . $a < b < c$

【思考归纳】



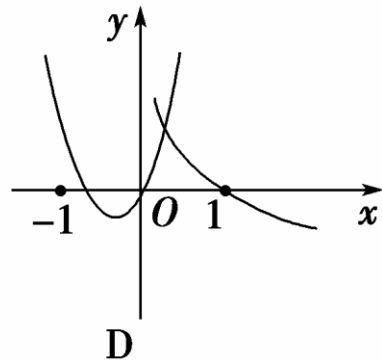
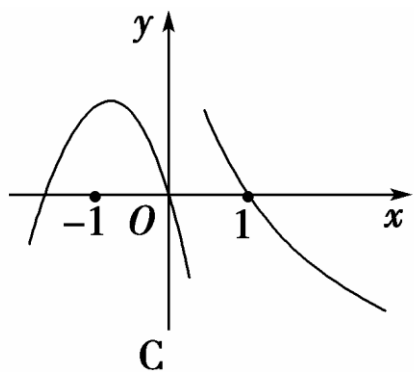
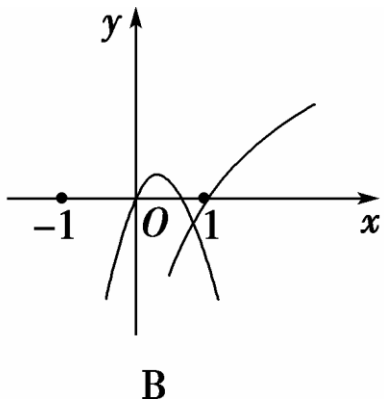
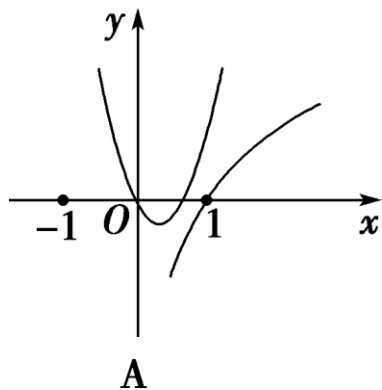
- 比较对数式的大小或证明等式问题是对数中常见题型，解决此类问题的方法很多，①当底数相同时，可直接利用对数函数的单调性比较；②若底数不同，真数相同，可转化为同底(利用换底公式)或利用对数函数图象，数形结合解得；③若不同底，不同真数，则可利用中间量进行比较.



题型三 对数函数的图象及其应用

例3—1、函数 $y = ax^2 + bx$ 与 $y = \log_{\frac{|b|}{a}} x$ ($ab \neq 0, |a| \neq |b|$) 在同

一直角坐标系中的图象可能是()





例3—2、已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\lg x| & 0 < x \leq 10, \\ -\frac{1}{2}x + 6 & x > 10, \end{cases}$

若a、

b、c互不相等，且 $f(a) = f(b) = f(c)$ ，则 abc 的取值范围是()

- A . (1,10) B . (5,6) C . (10,12) D . (20,24)



题型四 对数函数的性质及其应用

例4、已知函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{ax-2}{x-1}$ (a为常数) .

- (1)若常数 $a < 2$ 且 $a \neq 0$, 求 $f(x)$ 的定义域 ;
- (2)若 $f(x)$ 在区间 $(2,4)$ 上是减函数 , 求 a 的取值范围 .

【思考归纳】



- 利用对数函数的性质，求与对数函数有关的复合函数的值域和单调性问题，必须弄清三方面的问题，一是定义域，所有问题都必须在定义域内讨论；二是底数与1的大小关系；三是复合函数的构成，即它是由哪些基本初等函数复合而成的。

课后练习

1. $2(\lg \sqrt{2})^2 + \lg \sqrt{2} \cdot \lg 5 + \sqrt{(\lg \sqrt{2})^2 - 2\lg \sqrt{2} + 1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 $a = \log_3 6$, $b = \log_5 10$, $c = \log_7 14$, 则()

A . $c > b > a$

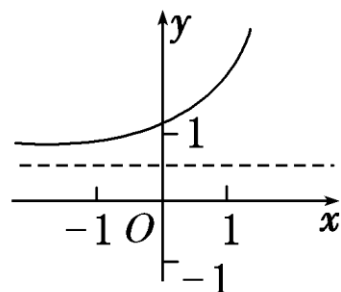
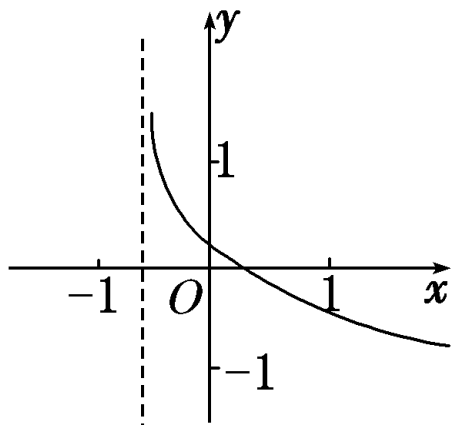
B . $b > c > a$

C . $a > c > b$

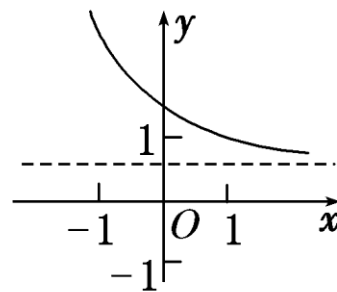
D . $a > b > c$



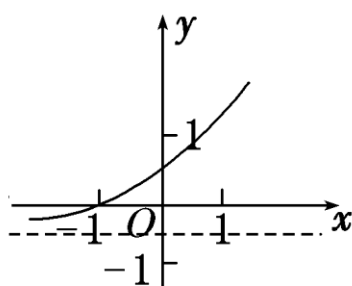
3. 若函数 $f(x) = \log_a(x + b)$ 的大致图像如图，其中 a, b 为常数，则函数 $g(x) = a^x + b$ 的大致图像是()



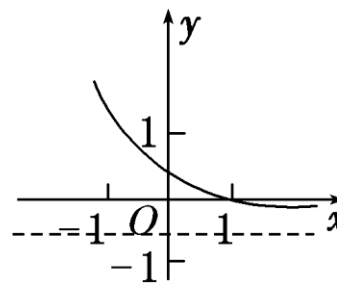
A



B



C



D



4. 已知定义在 \mathbb{R} 上的函数 $y = f(x)$ 满足 $f(x + 2) = f(x)$,

当 $-1 < x \leq 1$ 时, $f(x) = x^3$, 若函数 $g(x) = f(x) - \log_a|x|$ 至少有5个零点, 则 a 的取值范围是()

A . $(1, 5)$

B . $(0, \frac{1}{5}) \cup [5, +\infty)$

C . $(0, \frac{1}{5}] \cup [5, +\infty)$

D . $[\frac{1}{5}, 1) \cup (1, 5]$



5. 定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x) = -f(x)$,

$f(x-2) = f(x+2)$, 且 $x \in (-1, 0)$ 时 , $f(x) = 2^x + \frac{1}{5}$,

则 $f(\log_2 20) =$ _____ .

6. 已知函数 $f(x) = \log_a(8 - ax)$ ($a > 0$, $a \neq 1$) , 若 $f(x) > 1$ 在区间 $[1, 2]$ 上恒成立 , 则实数 a 的取值范围为_____ .



黄冈学习网
www.hgxxw.net