



黄冈学习网  
www.hgxxw.net

# 函数的概念及表示，函数的定义域



# 考点梳理

## 1. 函数与映射的概念

	函 数	映 射
两集合 A, B	设A, B是两个非空_____	设A, B是两个非空_____
对应关系 $f: A \rightarrow B$	如果按照某种确定的对应关系f, 使对于集合A中的_____一个_____, 在集合B中_____的_____和它对应	如果按照某一个确定的对应关系f, 使对于集合A中的_____一个_____在集合B中_____的_____与之对应
名称	称_____为从集合A到集合B的一个函数	称对应_____为从集合A到集合B的一个映射
记法	$y=f(x), (x \in A, y \in B)$	对应 $f: A \rightarrow B$ 是一个映射

## 2. 函数的有关概念

### (1) 函数的定义域、值域 .

在函数  $y = f(x)$  ,  $x \in A$  中 ,  $x$  叫做自变量 , \_\_\_\_\_ 叫做函数的定义域 ; 与  $x$  的值相对应的  $y$  值叫做函数值 , \_\_\_\_\_ 叫做函数的值域 , 显然 , 值域是集合  $B$  的子集 .

(2) 函数的三要素 : \_\_\_\_\_、 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_ .

### 3. 函数的表示方法

表示函数的常用方法有\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_和

\_\_\_\_\_。

### 4. 分段函数

若函数在其定义域的不同子集上，因\_\_\_\_\_不同而分别用几个不同的式子来表示，这种函数称为分段函数。

分段函数的定义域等于各段函数的定义域的\_\_\_\_\_，其值域等于各段函数的值域的\_\_\_\_\_，分段函数虽由几个部分组成，但它表示的是一个函数。

## 题型一 函数的基本概念

例1 - 1、下列对应法则是集合 $P$ 上的函数的是\_\_\_\_\_ (填序号) .

(1)  $P = Z$  ,  $Q = N^*$  , 对应法则 $f$  : 对集合 $P$ 中的元素取绝对值与集合 $Q$ 中的元素相对应 ;

(2)  $P = \{ - 1, 1 , - 2, 2\}$  ,  $Q = \{1, 4\}$  , 对应法则 $f : x \rightarrow y = x^2$  ,  $x \in P$  ,  $y \in Q$  ;

(3)  $P = \{\text{三角形}\}$  ,  $Q = \{x | x > 0\}$  , 对应法则 $f$  : 对 $P$ 中三角形求面积与集合 $Q$ 中元素对应 .

## 【思考归纳】



- 函数是一种特殊的对应，要检验给定的两个变量之间是否具有函数关系，只需要检验：①定义域和对应法则是否给出；②根据给出的对应法则，自变量在其定义域中的每一个值，是否都有唯一确定的函数值。



**例1 - 2、试判断以下各组函数是否表示同一函数？**

**(1)**  $f(x) = \sqrt{x^2}$  ,  $g(x) = \sqrt[3]{x^3}$  ;

**(2)**  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  ,  $g(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0, \\ -1 & x < 0. \end{cases}$

**(3)**  $f(x) = \sqrt[2n+1]{x^{2n+1}}$  ,  $g(x) = (\sqrt[2n-1]{x})^{2n-1}$  ( $n \in N^*$ ) ;

**(4)**  $f(x) = x^2 - 2x - 1$  ,  $g(t) = t^2 - 2t - 1$

## 【思考归纳】



黄冈学习网  
www.hgxxw.net

- 判断是否能构成函数要抓住函数定义， $A$ 中应是任意一个 $x$ 在 $B$ 中有唯一的 $y$ 和它对应；而两个函数相等当且仅当它们的定义域和对应关系分别相同时才是同一函数，与表示自变量和函数值的字母无关。



## 题型二 求函数的定义域

例2 . (1)函数  $y = \frac{\lg(2-x)}{\sqrt{12+x-x^2}} + (x-1)^0$  的定义域是( )

A .  $[-3,1) \cup (1,2]$

B .  $(-3,2)$

C .  $(-3,1) \cup (1,2)$

D .  $[-3,1) \cup (1,2)$

(2)已知函数 $f(2^x)$ 的定义域是 $[-1,1]$  , 则 $f(x)$ 的定义域为

\_\_\_\_\_ .

## 【思考归纳】



- 求函数的定义域，其实质就是使函数解析式有意义为准则，列出不等式或不等式组，然后求出它们的解集，其准则一般是：①分式中，分母不为零；②偶次根式，被开方数非负；③对于 $y=x_0$ ，要求 $x \neq 0$ ；④对数式中，真数大于0，底数大于0且不等于1；⑤由实际问题确定的函数，其定义域要受实际问题的约束。



## 题型三 求函数的解析式

例3、(1)已知  $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^3 + \frac{1}{x^3}$  , 求  $f(x)$  ;

(2)已知  $f\left(\frac{2}{x} + 1\right) = \lg x$  , 求  $f(x)$  ;

(3) 已知  $f(x)$  是一次函数，且满足

$$3f(x+1) - 2f(x-1) = 2x + 17, \text{ 求 } f(x);$$

(4) 已知  $f(x)$  满足  $2f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ ，求  $f(x)$ 。

# 【思考归纳】



- 函数解析式的求法：
  - 1. 凑配法：由已知条件 $f(g(x))=F(x)$ ，可将 $F(x)$ 改写成关于 $g(x)$ 的表达式，然后以 $x$ 替代 $g(x)$ ，便得 $f(x)$ 的表达式；
  - 2. 待定系数法：若已知函数的类型(如一次函数、二次函数)，可用待定系数法；
  - 3. 换元法：已知复合函数 $f(g(x))$ 的解析式，可用换元法，此时要注意新元的取值范围；
  - 4. 方程思想：已知关于 $f(x)$ 与 $f$ 或 $f(-x)$ 的表达式，可根据已知条件再构造出另外一个等式组成方程组，通过解方程组求出 $f(x)$ .
- 提醒：因为函数的解析式相同、定义域不同，则为不相同的函数，因此求函数的解析式时，如果定义域不是 $\mathbf{R}$ ，一定要注明函数的定义域，否则会导致错误.



## 题型四 分段函数

例4、(1)已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x+1 & x < 0 \\ x-1 & x \geq 0 \end{cases}$  ,

则不等式  $x + (x + 1)f(x + 1) \leq 1$  的解集是( )

- A.  $\{x | -1 \leq x \leq \sqrt{2} - 1\}$
- B.  $\{x | x \leq 1\}$
- C.  $\{x | x \leq \sqrt{2} - 1\}$
- D.  $\{x | -\sqrt{2} - 1 \leq x \leq \sqrt{2} - 1\}$

(2)定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足  $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x), & x \leq 0 \\ f(x-1) - f(x-2), & x > 0 \end{cases}$  ,  
则 $f(2014)$ 的值为\_\_\_\_\_.

## 【思考归纳】



- 求解分段函数问题时，一定要坚持“分段求解，最后合成”的解题策略。当遇到不确定因素时，应分类讨论，防止思维定势造成错解。

# 课后练习



1. 下列各组函数表示相同函数的是( ) .

A .  $f(x) = \sqrt{x^2}$  ,  $g(x) = (\sqrt{x})^2$

B .  $f(x) = 1$  ,  $g(x) = x^2$

C .  $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0, \end{cases} g(t) = |t|$

D .  $f(x) = x+1$  ,  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$



2. 设  $f(x) = \lg \frac{2+x}{2-x}$  , 则  $f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{2}{x}\right)$  的定义域为( ) .

A .  $(-4,0) \cup (0,4)$

B .  $(-4, -1) \cup (1,4)$

C .  $(-2, -1) \cup (1,2)$

D .  $(-4, -2) \cup (2,4)$

3 . 设函数 $f(x)(x \in \mathbf{R})$ 满足 $f(x + \pi) = f(x) + \sin x$  . 当 $0 \leq x < \pi$ 时 ,  $f(x) = 0$  , 则  $f\left(\frac{23\pi}{6}\right) = ( \quad )$

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C . 0

D . -  $\frac{1}{2}$

4. 函数  $f(x) = \frac{cx}{2x+3}$  ( $x \neq -\frac{3}{2}$ ) 满足  $f(f(x)) = x$  , 则常数  $c$  等于 \_\_\_\_\_ .

5. 已知实数  $a \neq 0$  , 函数  $f(x) = \begin{cases} 2x + a, & x < 1, \\ -x - 2a, & x \geq 1. \end{cases}$

若  $f(1 - a) = f(1 + a)$  , 则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_ .



黄冈学习网  
[www.hgxxw.net](http://www.hgxxw.net)