



黄冈学习网
www.hgxxw.net

一次函数与一元二次方程

问题：求二次函数图象 $y=x^2-3x+2$ 与 x 轴的交点A、B的坐标。

解：∵A、B在 x 轴上，∴它们的纵坐标为0，

∴令 $y=0$ ，则 $x^2-3x+2=0$

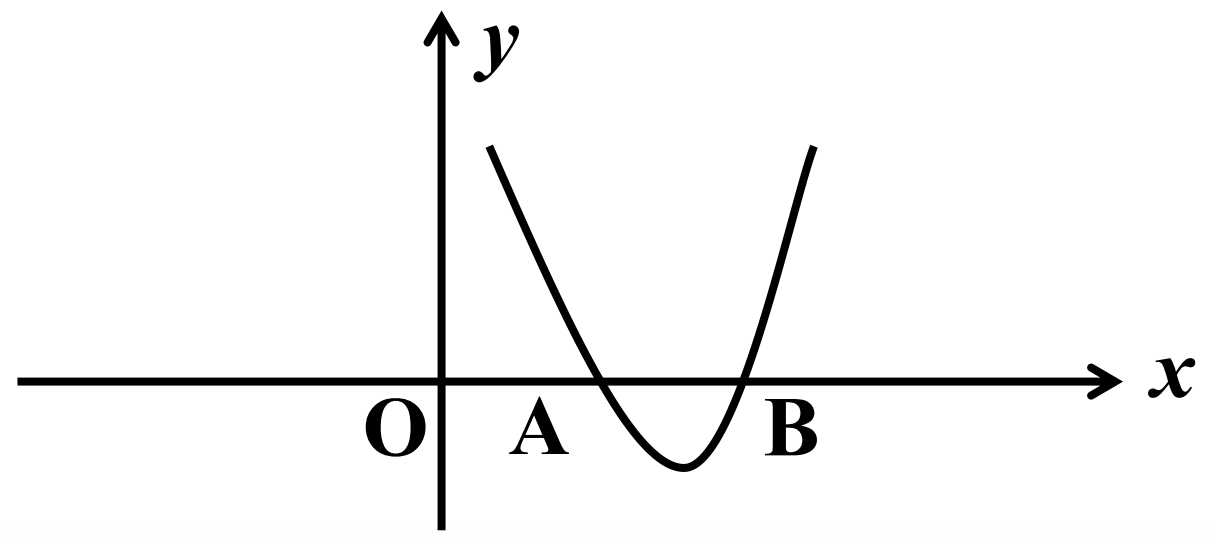
解得： $x_1=1$ ， $x_2=2$ ；

∴A (1, 0) ， B (2, 0)

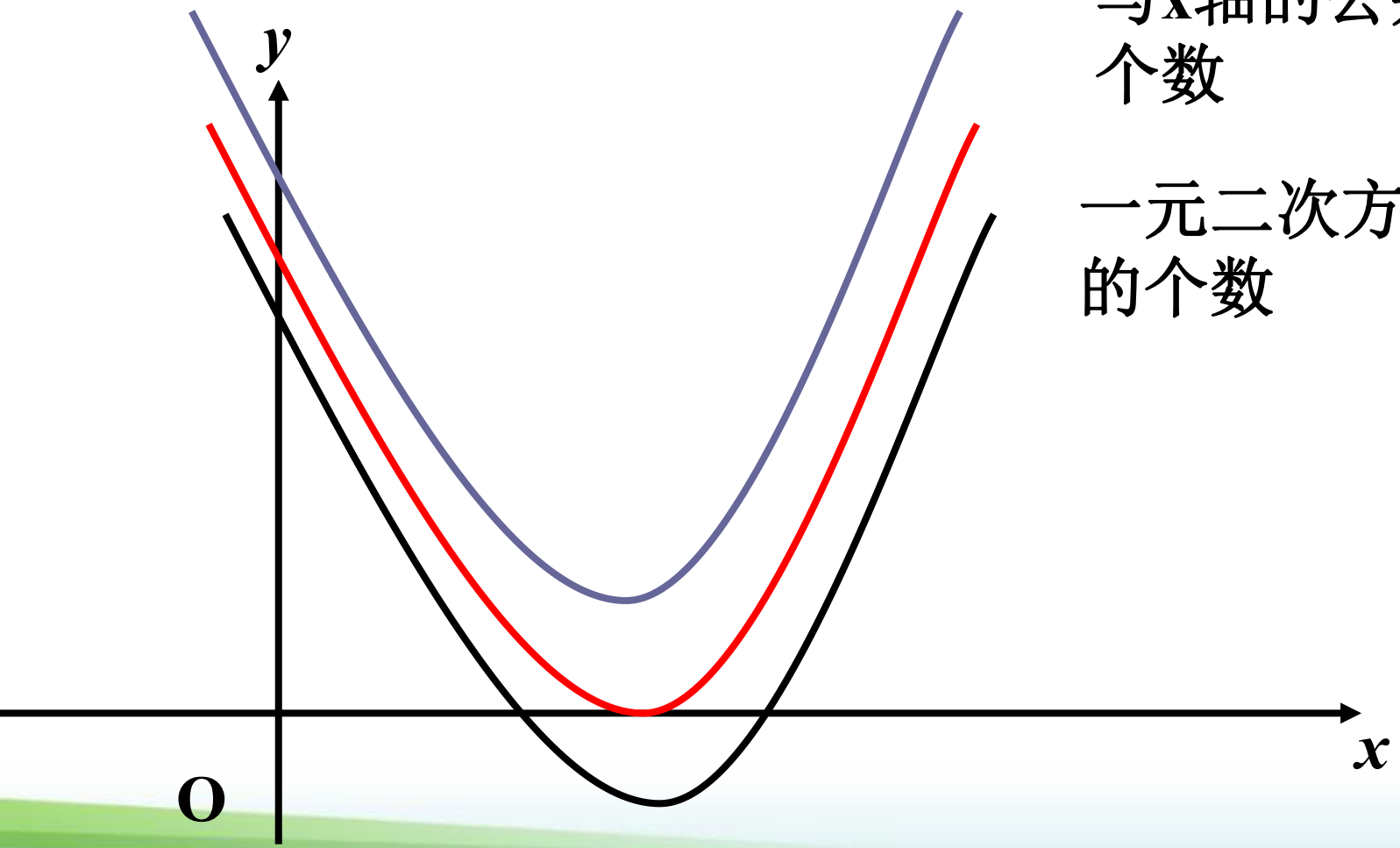
你发现方程 $x^2-3x+2=0$ 的解 x_1 、 x_2 与A、B的坐标有什么联系？

结论1: 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解就是抛物线 $y = x^2 - 3x + 2$ 与 x 轴的两个交点的横坐标. 因此, 抛物线与一元二次方程是有密切联系的.

即: 若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根是 x_1 、 x_2 , 则抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的两个交点坐标分别是A (x_1 , 0) , B (x_2 , 0)



问题：抛物线与x轴的公共点个数能不能用一元二次方程的知识来说明呢？



与x轴的公共点
个数

1个

一元二次方程根
的个数

0个等根

$b^2 - 4ac \geq 0$

抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴的交点个数可由一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的情况说明：



1、 $b^2-4ac>0$

↔ 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不等的实数根

↔ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴有两个公共点

2、 $b^2-4ac=0$

↔ 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个相等的实数根

↔ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴有唯一公共点

3、 $b^2-4ac<0$

↔ 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 没有实数根

↔ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴没有公共点

1、下列各抛物线与x轴是否有公共点，如果有，求出公共点的坐标.

(1) $y=6x^2-2x+1$

(2) $y=-15x^2+14x+8$

(3) $y=x^2-4x+4$

关键：令 $y=0$ 时，看 b^2-4ac .

2、已知抛物线 $y=x^2-6x+a$ 的顶点在 x 轴上，则 $a=$ 9；若抛物线与 x 轴有两个交点，则 a 的范围是 $a<9$ ；若抛物线与坐标轴有两个公共点，则 $a=$ 9或0；

顶点在 x 轴上

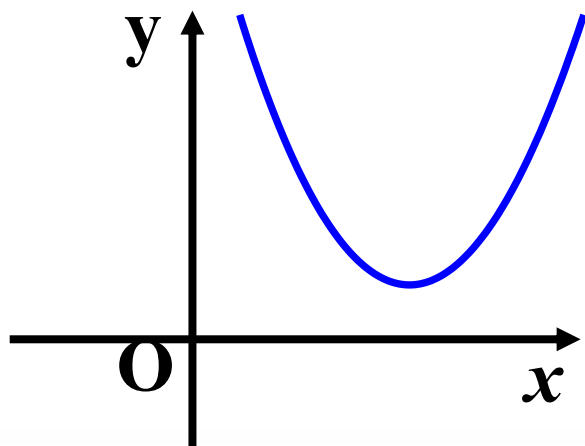


$$b^2-4ac=0$$

与 x 轴有两个交点



方程有两个不等实根



$$\begin{cases} b^2 - 4ac = 0 \\ c \neq 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} b^2 - 4ac > 0 \\ c = 0 \end{cases}$$

例、求证:不论 k 取何值时, 抛物线 $y=x^2-kx-2+k$ 与 x 轴总有两个不同的交点.

$$\begin{aligned} \text{证明: } k^2-4(-2+k) &= k^2-4k+8 \\ &= (k-2)^2+4 > 0 \end{aligned}$$

所以, 抛物线 $y=x^2-kx-2+k$ 与 x 轴总有两个不同的交点.



黄冈学习网

www.hgxxw.net