



黄冈学习网
www.hgxxw.net

解一元二次方程

公式法



用配方法解一般形式的一元二次方程

$$ax^2 + bx + c = 0$$

解：把方程两边都除以 a

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

移项，得

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

配方，得

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

即

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$\because 4a^2 > 0, \therefore$ 当 $b^2 - 4ac \geq 0$ 时,

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

即

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

特别提醒

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

一元二次方程的求
根公式

$a \neq 0, b^2 - 4ac \geq 0$

例1、用公式法解方程

(1) $3x^2+5x-1=0$

(2) $x^2+2x+2=0$

(3) $2x^2-7x=0$

(4) $4x^2+1=-4x$



$$(1) 3x^2+5x-1=0$$

解： $a=3$, $b=5$, $c=-1$,

$$b^2-4ac=5^2-4\times 3\times (-1)=37>0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2 \times 3} = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{37}}{6}, x_2 = \frac{-5 - \sqrt{37}}{6}.$$



(2) $x^2+2x+2=0$

解: $a=1, b=2, c=2$

$$\because b^2-4ac=2^2-4\times 1\times 2=-4<0$$

$\therefore$ 此方程无实数解.



$$(3) \quad 2x^2 - 7x = 0$$

解: $a=2, b=-7, c=0$

$$b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 2 \times 0 = 49 > 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{7 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = \frac{7}{2}, x_2 = 0.$$



(4) $4x^2+1=-4x$

解：移项，得 $4x^2+4x+1=0$

$$a=4, b=4, c=1, b^2-4ac=4^2-4\times 4\times 1=0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2 \times 4} = -\frac{1}{2},$$

$$x_1 = x_2 = -\frac{1}{2}.$$



因为 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的求根公式是

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

猜一猜：对于一般式 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 b^2-4ac 的符号有什么关系？



故对于方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有下列关系:

(1)当 $b^2 - 4ac > 0$ 时, 方程有两个不相等的根:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(2)当 $b^2 - 4ac = 0$ 时, 方程有两个相等的根 $x = x = -\frac{b}{2a}$

(3)当 $b^2 - 4ac < 0$ 时, 方程没有实数根.



黄冈学习网
www.hgxxw.net