



黄冈学习网
www.hgxxw.net

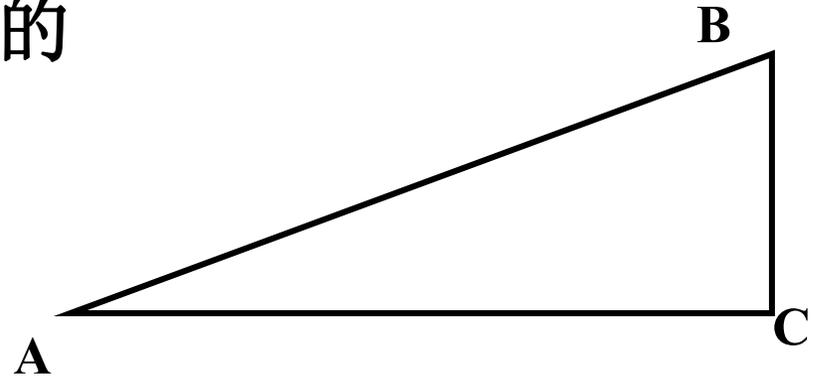
锐角三角函数

在Rt $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ， $BC=35\text{m}$ ，求 AB 的长。

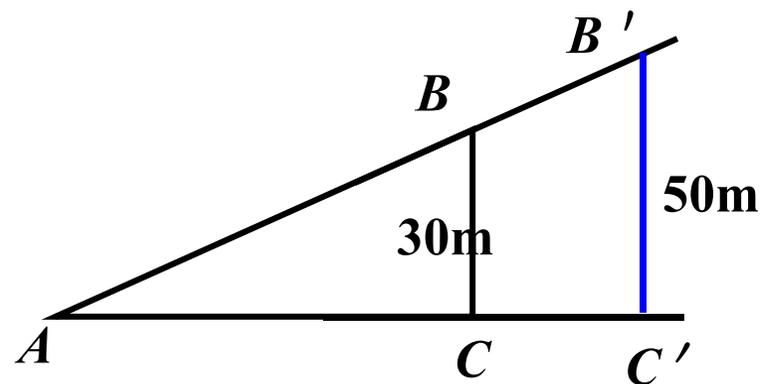
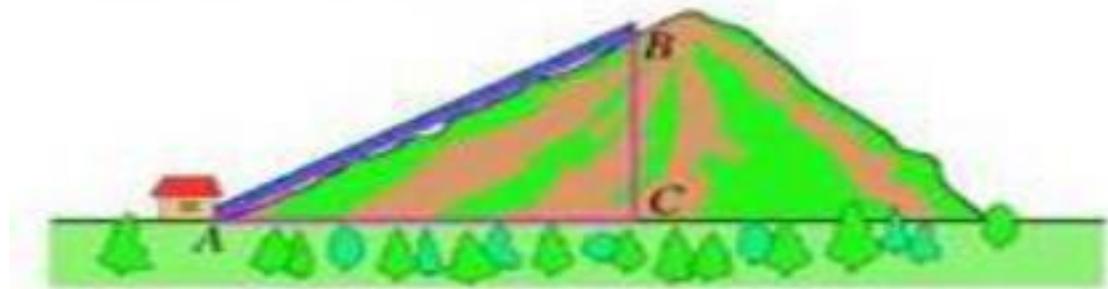


根据“在直角三角形中， 30° 角所对的直角边等于斜边的一半”，即

$$\frac{\angle A \text{的对边}}{\text{斜边}} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}.$$

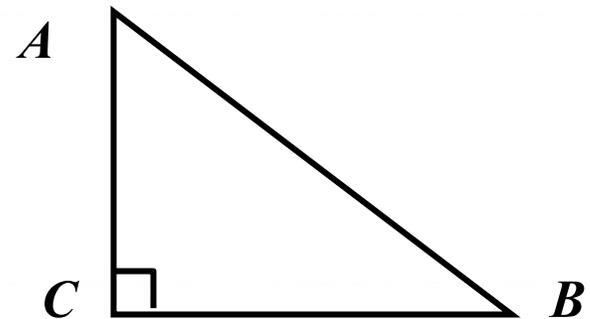


可得 $AB=2BC=70\text{m}$ ，即需要准备70m长的水管。



结论：在一个直角三角形中，如果一个锐角等于 30° ，那么不管三角形的大小如何，这个角的对边与斜边的比值都等于 $\frac{1}{2}$ 。

如图，任意画一个 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，使 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=45^\circ$ ，计算 $\angle A$ 的对边与斜边的比 $\frac{BC}{AB}$ ，你能得出什么结论？



即在直角三角形中，当一个锐角等于 45° 时，不管这个直角三角形的大小如何，这个角的对边与斜边的比都等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

结论



综上所述，在一个 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，

当 $\angle A=30^\circ$ 时， $\angle A$ 的对边与斜边的比都等于 $\frac{1}{2}$ ，是一个固定值；

当 $\angle A=45^\circ$ 时， $\angle A$ 的对边与斜边的比都等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，也是一个固定值。

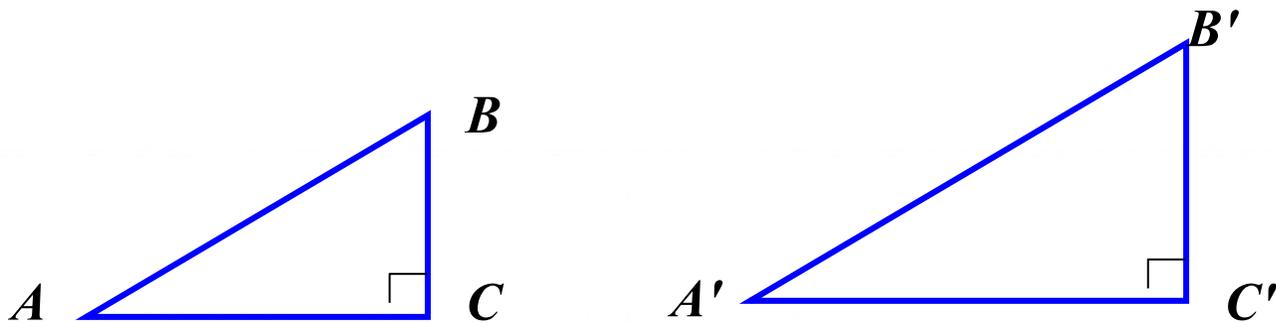
问题

一般地，当 $\angle A$ 取其他一定度数的锐角时，它的对边与斜边的比是否也是一个固定值？

探究

任意画 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ ，使得 $\angle C = \angle C' = 90^\circ$ ， $\angle A = \angle A' = \alpha$

那么 $\frac{BC}{AB}$ 与 $\frac{B'C'}{A'B'}$ 有什么关系．你能解释一下吗？



由于 $\angle C = \angle C' = 90^\circ$ ， $\angle A = \angle A' = \alpha$

所以 $\text{Rt}\triangle ABC \sim \text{Rt}\triangle A'B'C'$

$$\therefore \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB}{A'B'}, \text{ 即 } \frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{A'B'}$$

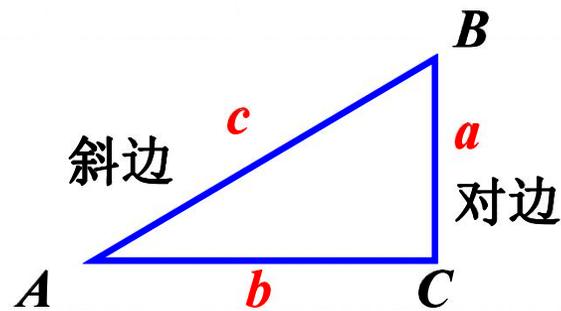
探究

这就是说，在直角三角形中，当锐角 A 的度数一定时，不管三角形的大小如何， $\angle A$ 的对边与斜边的比都是一个固定值。

如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，我们把锐角 A 的对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的正弦（sine），记作 $\sin A$ ，即



$$\sin A = \frac{\angle A \text{的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$$



例如，当 $\angle A=30^\circ$ 时，我们有

$$\sin A = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

当 $\angle A=45^\circ$ 时，我们有

$$\sin A = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

在图中

$\angle A$ 的对边记作 a

$\angle B$ 的对边记作 b

$\angle C$ 的对边记作 c

注意：

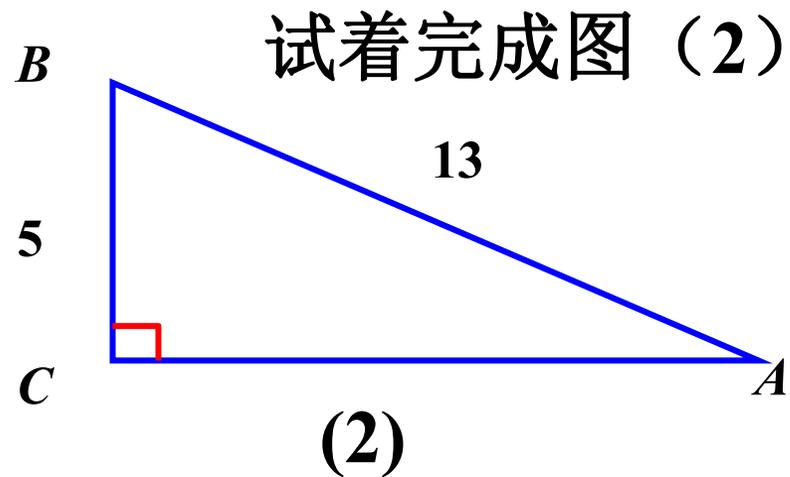
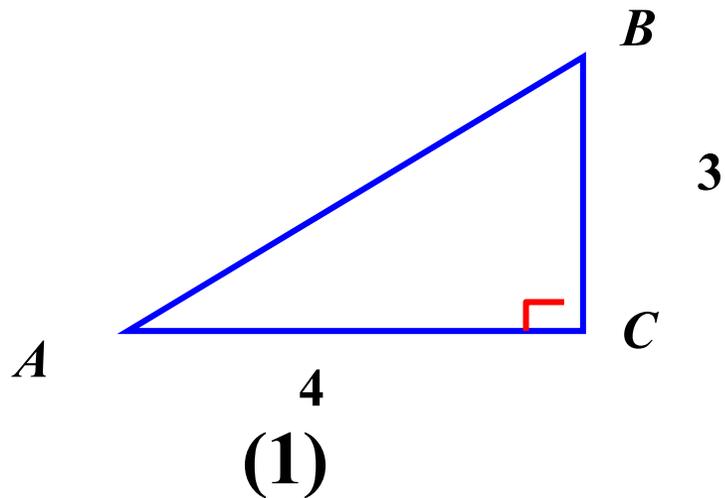


$\sin A$ 是一个完整的符号，它表示 $\angle A$ 的正弦，记号里习惯省去角的符号“ \angle ”；

$\sin A$ 没有单位，它表示一个比值，即直角三角形中 $\angle A$ 的对边与斜边的比；

$\sin A$ 不表示“ \sin ”乘以“ A ”。

例1、如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，求 $\sin A$ 和 $\sin B$ 的值。

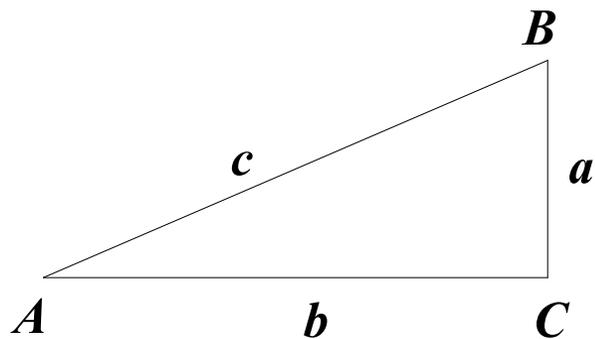


解：如图 (1)，在 $Rt\triangle ABC$ 中，

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$$

$$\text{因此 } \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}, \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}.$$

当锐角A确定时， $\angle A$ 的邻边与斜边的比， $\angle A$ 的对边与邻边的比也随之确定吗？为什么？交流并说出理由。



$$\frac{b}{c} \quad \frac{a}{b}$$

方法一：从特殊到一般，仿照正弦的研究过程；

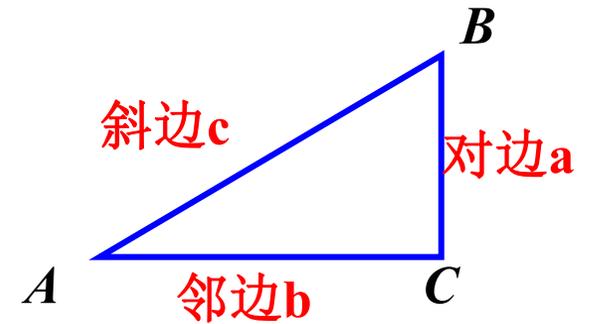
方法二：根据相似三角形的性质来说明。

如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，

★我们把锐角 A 的邻边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的

余弦（cosine），记作 $\cos A$ ，即

$$\cos A = \frac{\angle A \text{的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c}$$



★我们把锐角 A 的对边与邻边的比叫做 $\angle A$ 的

正切（tangent），记作 $\tan A$ ，即

$$\tan A = \frac{\angle A \text{的对边}}{\angle A \text{的邻边}} = \frac{a}{b}$$

注意：

$\cos A$ ， $\tan A$ 是一个完整的符号，它表示 $\angle A$ 的余弦、正切，记号里习惯省去角的符号“ \angle ”；

$\cos A$ ， $\tan A$ 没有单位，它表示一个比值，即直角三角形中 $\angle A$ 的邻边与斜边的比、对边与邻边的比；

$\cos A$ 不表示“ \cos ”乘以“ A ”， $\tan A$ 不表示“ \tan ”乘以“ A ”。

$$\sin A = \frac{\angle A \text{的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos A = \frac{\angle A \text{的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan A = \frac{\angle A \text{的对边}}{\angle A \text{的邻边}} = \frac{a}{b}$$

锐角A的正弦、余弦、正切都叫做∠A的锐角三角函数.

对于锐角A的每一个确定的值，sinA有唯一确定的值与它对应，所以sinA是A的函数。

同样地，cosA，tanA也是A的函数。

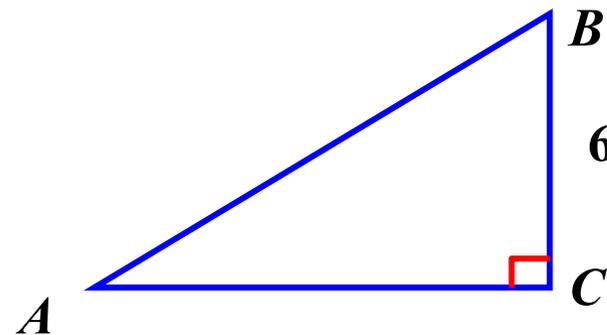
例2、如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=6$ ， $\sin A = \frac{3}{5}$ ，
求 $\cos A$ 和 $\tan B$ 的值。

$$\text{解：}\because \sin A = \frac{BC}{AB},$$

$$\therefore AB = \frac{BC}{\sin A} = 6 \times \frac{5}{3} = 10.$$

$$\text{又 } AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

$$\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}, \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{3}.$$





黄冈学习网
www.hgxxw.net