一元二次方程根的判别式

一元二次方程的一般形式是什么？

$$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$$

配方，得：$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$

其中 b^2-4ac 叫做一元二次方程根的判别式.

$\triangle=b^2-4ac>0 \quad <==>$ 有两个不相等的实数根

$\triangle=b^2-4ac=0 \quad <==>$ 有两个相等的实数根

$\triangle=b^2-4ac<0 \quad <==>$ 没有实数根

例1、若关于x的一元二次方程$(m-1)x^2-2mx+m=0$有两个实数根，则m的取值范围是（ D ）

A．$m>0$　　B．$m\geq 0$

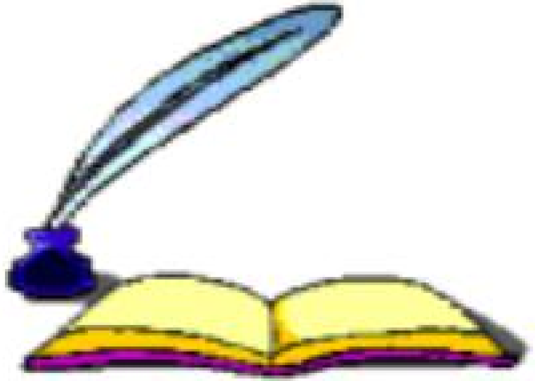
C．$m>0$ 且$m\neq 1$　　D．$m\geq 0$且$m\neq 1$

解：由题意，得

$m-1\neq 0$ ①

$\triangle=(-2m)^2-4(m-1)m\geq 0$ ②

解之得，$m\geq 0$且$m\neq 1$，故应选D.



例2、求证：不论m取何值，关于x的一元二次方程

$9x^2-(m+7)x+m-3=0$都有两个不相等的实数根

证明：$\Delta=[-(m+7)]^2-4\times9\times(m-3)$

$=m^2+14m+49-36m+108$

$=m^2-22m+157$

$=(m-11)^2+36$

∵不论m取何值，均有$(m-11)^2\geq0$

∴$(m-11)^2+36>0$，即$\Delta>0$

∴不论m取何值，方程都有两个不相等的实数根.

小结：将根的判别式化为一个非负数与一个正数的和的形式.

例3、已知关于的方程$k^2x^2+(2k-1)x+1=0$有两个不相等的实数根x_1 x_2, ①求k的取值范围；

②是否存在实数k，使方程的两个实数根互为相反数？如果存在，求k的取值；如果不存在，请说明理由。

解：①根据题意，得$\Delta=(2k-1)^2-4k^2>0$，又$k^2\neq0$

解得$k<\frac{1}{4}$，且$k\neq0$,

∴当$k<\frac{1}{4}$且$k\neq0$时，方程有两个不相等的实数根

②不存在.

假设存在方程的两个实数根x_1 x_2互为相反数

则$x_1+x_2=-\frac{2k-1}{k^2}=0$，∵$k^2\neq0$，∴$2k-1=0$，∴$k=\frac{1}{2}$

$k=\frac{1}{2}$与$k<\frac{1}{4}$且$k\neq0$相矛盾，∴k不存在