



黄冈学习网
www.hgxxw.net

一元二次方程根 与系数的关系

一元二次方程的根与系数的关系

填写下表：

方程	两个根		两根之和	两根之积	a与b之间关系	a与c之间关系
	x_1	x_2	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$	$-\frac{b}{a}$	$\frac{c}{a}$
$x^2 + 3x - 4 = 0$	-4	1	-3	-4	-3	-4
$x^2 - 5x + 6 = 0$	2	3	5	6	5	6
$2x^2 + 3x + 1 = 0$	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$

已知：如果一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$

的两个根分别是 x_1 、 x_2 。

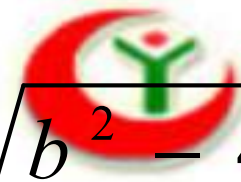
求证： $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

推导:



黄冈学习网
www.hgxxw.net

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\&= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac} - b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\&= \frac{-2b}{2a} \\&= -\frac{b}{a}\end{aligned}$$



$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$$

$$= \frac{4ac}{4a^2}$$

$$= \frac{c}{a}$$

知识要点

如果一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$

的两个根分别是 x_1 、 x_2 ，那么：

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

这就是一元二次方程根与系数的关系，也叫韦达定理。

口答下列方程的两根之和与两根之积。



黄冈学习网
www.hgxxw.net

$$1. x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$2. x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$3. 2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$4. 3x^2 - 7x = 0$$

$$5. 2x^2 = 5$$

典例精析

例1、已知方程 $5x^2+kx-6=0$ 的一个根是2，求它的另一个根及 k 的值.

解：设方程 $5x^2+kx-6=0$ 的两个根

分别是 x_1 、 x_2 ，其中 $x_1=2$.

$$\text{所以： } x_1 \cdot x_2 = 2 x_2 = -\frac{6}{5}$$

$$\text{即： } x_2 = -\frac{3}{5}$$

$$\text{由于 } x_1 + x_2 = 2 + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{k}{5}$$

$$\text{得： } k = -7$$

答：方程的另一个根是 $-\frac{3}{5}$ ， $k=-7$.

例2：方程 $x^2 + 3kx + 2k - 1 = 0$ 的两根互为倒数，求k的值.

解：设方程的两根分别为 x_1 和 x_2 ，

则： $x_1 \cdot x_2 = 2k - 1$

而方程的两根互为倒数

即： $x_1 \cdot x_2 = 1$

所以： $2k - 1 = 1$

得： $k = 1$

例3、不解方程，求方程 $2x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两根的平方和、倒数和.



$$\text{解: } x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$(1) \because (x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{4}$$

$$(2) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \left(-\frac{3}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{2}\right) = 3$$



黄冈学习网
www.hgxxw.net